wiskobas bulletin

Jaargang 4, nr. 5
april 1975

WISKOBAS-BULLETIN

– Bulletin ter begeleiding van het wiskunde-onderwijs
– Verschijnt gedurende de vierde jaargang 6 keer

Jaargang 4, nr. 5 – april 1975

Redaktie
Drs. F. Goffree, Drs. R.A. de Jong (eindredakteur), G.H. Meijer, Drs. A. Treffers, Drs. E.J. Wijdeveld.

Medewerkers
Prof.Dr. F. van der Blij, J. van den Brink, J. van Bruggen, K. Frenay, Prof.Dr. H. Freudenthal, L. Gilissen, H. Jansen, H. ter Heege, D. Karman, Dr. K.B. Koster, C.P. Leenders, E. de Moor, D.W. Oort, P. Scholten, W. Sweers, L. Streefland.

Lay-out
Ton Voortman.

Cartoon
Hans de Boer.

Illustraties
Peter Verhoef.

Redaktieadres
INSTITUUT ONTWIKKELING WISKUNDE ONDERWIJS
Tiberdreef 4, Utrecht.
t.a.v. R.A. de Jong.

Abonnementenadministratie
STICHTING IVIO,
Postbus 37, Lelystad.
Voor aanmeldingen, adreswijzigingen, betalingen, enz.

Abonnementsprijs
Per jaargang *f* 30,–.
Reduktietarief voor studenten P.A. en wiskobas-kursisten *f* 20,–.
Gelieve uitsluitend te betalen met aksept-girokaarten. Deze worden u toegezonden.

INHOUD

Omslag: Hans Gauw
Druk: De Gulden Pers B.V.

vast blok

INHOUD

redaktioneel

Wanneer je jarenlang in allerlei scholen werkzaam bent geweest (onderwijs geven, kwekelingen en hospitanten begeleiden, onderwijsgevenden tips aanreiken), dan heb je het gevoel 't wereldje *van binnen en van buiten te kennen. Dit gevoel verdwijnt heel snel wanneer je op een keer met een groepje buitenlanders enkele basisscholen bezoekt. Het is dan net alsof je op 'n nieuwe manier tegen scholen, tegen de mensen in de scholen, tegen 't onderwijs aankijkt. Je gasten dwingen je hiertoe. Wil je hen goed in het wereldje inleiden, dan lukt dat alleen maar als je je probeert voor te stellen hoe* zij *tegen dat uitermate fantastische, boeiende, vreemde en ondoorzichtige nederlandse basisonderwijs aankijken. Je gaat wat meer open staan en allerlei dingen vallen op die voorheen in het vanzelfsprekende ingebed lagen.*
Een dergelijke ontvankelijkheid openbaart waarheden en verhult ze tegelijkertijd. Daarom moet je zo voorzichtig zijn met die eerste (en hernieuwde) indrukken. Ze kunnen zeer bedrieglijk schone schijnwaarheden voortoveren. Aan de andere kant ben je toch door je ervaring gewapend. Je buitenlandse gasten zijn trouwens (ook!?) niet op hun achterhoofd gevallen en wanneer tijdens urenlange gesprekken in de avonduren indrukken worden uitgewisseld, vinden vele korrekties plaats.
De bezoekers zijn intussen vertrokken. De indrukken blijven achter. Sterker nog: ze worden dagelijks verder verscherpt en daardoor misschien ook weer minder betrouwbaar. Wanneer u deze kolommen leest moet u derhalve geen objektieve waarheden verwachten, maar — een uitspraak van één der tachtigers variërend — een 'allerindividueelste' interpretatie van 'allerindividueelste' observaties.

ROB DE JONG

't Meest opvallend aan de nederlandse basisscholen is, dat ze onderling zo sterk verschillen. En dat geldt niet zozeer de buitenkant. De utiliteitsbouw leidt hier juist tot grotere eenvormigheid. 't Gaat ook niet in de eerste plaats om het meubilair, de inrichting van de lokalen, de groeperingswijze van de leerlingen; modieuze trekken zijn duidelijk herkenbaar en hebben ook hier een kennelijk epidemisch karakter.
't Meest frapperende zijn *de klimatologische verschillen.* Iedere school heeft zo z'n eigen klimaat, z'n eigen sfeer. 't Is moeilijk om dit soort begrippen zinnig te omschrijven. Je zou een begaafd schrijver of schilder moeten zijn om die sfeer in sterke beelden te kunnen vangen. Een school kan een agressief, hartelijk, vermoeid, saai, levend, gezellig, steriel, narrig klimaat hebben.
Studenten die op scholen hospiteren zullen een grotere klimaatgevoeligheid hebben dan reeds lang ingewijden, zoals inspekteurs, schoolbegeleiders, pa-docenten.
't Klimaat lijkt weinig te maken te hebben met het milieu van de school (stad-platteland), de sociaal-ekonomische achtergronden der leerlingen, het schoolgebouw, de schoolgrootte, de leeftijd der leerkrachten.

Willen we nader op de vraag ingaan wat nu *de klimaatbepalende faktoren* zijn, dan kunnen we 't beste beginnen bij het *algemene onderwijsklimaat* in nederland; een klimaat waarin veel geld beschikbaar wordt gesteld, waarin gestreefd wordt naar wetenschappelijk gefundeerd onderwijs, naar gelijke ontplooiingskansen, naar demokratische verhoudingen, waarin gewerkt wordt door erg serieuze, een tikkeltje zorgelijke mensen, met niet al te veel vrolijkheid.
Dit algemene onderwijsklimaat zal ongetwijfeld de afzonderlijke schoolklimaten beïnvloeden. In een andere samenleving met een ander klimaat, met andere mensen, met andere onuitgesproken waarderingen, zullen de schoolklimaten anders zijn.
Opvallend aan het nederlandse onderwijsklimaat is, dat er zeer uiteenlopende *schoolklimaten* zijn waar te nemen. Er is ruimte voor een bonte melee. Een paar ekstreme voorbeelden:

* *De schone school in h.*
  Geen propjes op de grond. Goed georganiseerde pleinveegdiensten. De schoolleider trekt iedere dag om half vier alle toiletten door. Geen plantjes in de klas. Geen dieren. In totaal vier platen aan de muur. Geeuwerige stilte tijdens 't koffiedrinken. Hospitanten en leerlingen vechten de hele dag tegen hun slaap. Emotieloos. Saai.

* *De sjagrijnige school in a.*
Vuil. Verdorde planten. Kollega's tegen elkaar erg agressief. Narrig tegen kinderen en hospitanten. Veel lawaai in klas, gang en op plein. Een hok vol ultramoderne media. Nooit tijd. Emotioneel. Bedreigend.

Het schoolklimaat is 't klimaat op de gangen, op het plein, tijdens de schoolvergadering, op de ouderavond, bij de koffiepauzegesprekken. Het hangt in de kleding. Het sijpelt de klassen in door 't sleutelgat, door het bovenlicht en is dan merkbaar op het rekenuur in klas 2, dinsdag 21 januari 1975, kwart over negen.
Zo is het niet verwonderlijk dat de *klasseklimaatjes* binnen een school minder van elkaar lijken te verschillen dan de schoolklimaten. Indien deze waarneming juist is, dan kunnen we onder meer vaststellen dat:
- de grote klimaatbepalende faktoren in of heel dichtbij de school gezocht moeten worden;
- de leerlingen vanaf klas 1 tot en met klas 6 lucht inademen die iets konstants heeft, al zullen ze dit waarschijnlijk alleen bij schoolverandering ervaren (wee de leerlingen voor wie deze konstantie 'sjagrijn' of 'steriliteit' betekent!).

't Ziet er naar uit dat de leden van het onderwijsteam belangrijk zijn, maar tevens dat de leider van dit team de allerbelangrijkste faktor is. De *schoolleider* immers kan het team al dan niet gelegenheid geven om het klimaat te bepalen. Welke invloed van het team is voor hem aanvaardbaar? Of is de vraag tendentieus en moet het zijn: welke invloed heeft hij te aanvaarden? Maar als dàt zo is, dan is hìj het toch die ruimte heeft gegeven aan het team òm invloed te krijgen.
Natuurlijk is *het schoolteam als totaliteit* belangrijk. Een entoesiast team kan inspirerend zijn voor een schoolleider, maar .... hij moet dan toch ontvankelijk zijn, zich niet afsluiten, en .... wie gaf de eerste impulsen die tot genoemd entoesiasme leidden?
Een team kan een schoolleider agressief maken, maar .... hij moet zich dan toch agressief laten maken en .... waar komt die agressiviteit vandaan?
Als de schoolleider
- eigenlijk niet van kinderen houdt of
- de hele dag op z'n tenen moet lopen omdat de baan te zwaar voor hem is of
- een gulle lacher is of
- een verdord gevoelsleven heeft of
- ....,

dan is dat overal op de school en op elk moment merkbaar.

* * *

Wanneer je voorgaande regels nog eens leest, dan klinkt 't wel wat overdreven. De schoolleider krijgt een monopoliepositie met betrekking tot de klimaatsbepaling. De gedachte is te uitsluitend gebaseerd op misschien onjuiste interpretaties van te weinig (en wellicht antieke) situaties. Het spreekt vanzelf dat er meer aan de hand is. Zo moeten bijvoorbeeld de waarderingen van het klimaat en de daarachter liggende emoties mede in ogenschouw genomen worden. 't Kan zijn dat de invloedslijnen van een kil klimaat anders lopen dan van een hartelijk en blijmoedig klimaat.
Tevens dient gelet te worden op het feit dat het begrip 'klimaat' betrekking heeft op gemiddelden. Het begrip 'weer' slaat op een bepaalde situatie op een bepaald moment: de juf die slecht geslapen heeft, de meester die zojuist de hoofdprijs gewonnen heeft. Niet-gemiddeld 'weergedrag' komt in de krant en forse uitschieters halen de voorpagina: sneeuw aan de evenaar, de temperatuur op 7 maart 1975, de ontspannen sfeer bij de agressieve onderwijzer.

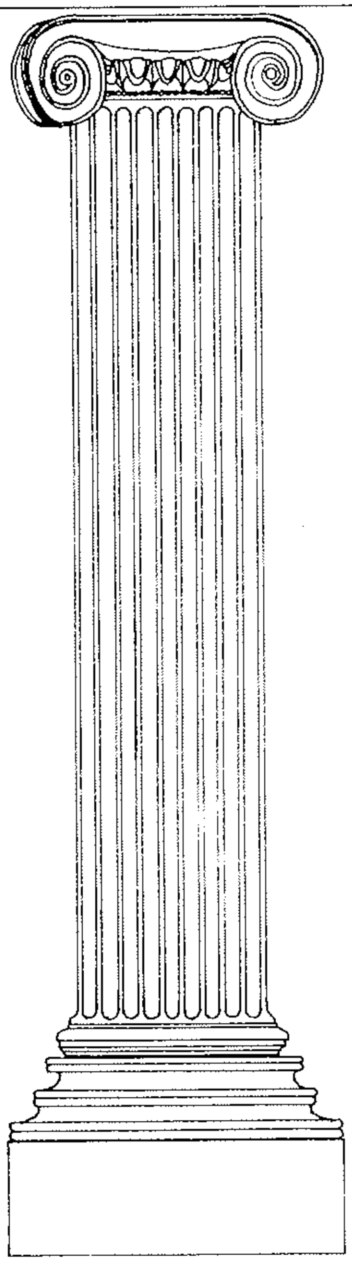
* * *

Wat nu van belang lijkt, is, dat ons van buitenaf surrogaat-bepalers worden gesuggereerd: de pijp als sfeermaker, de goedgemutste pilsdrinkende schoolleider, de okselfrisse huppelende juf. Hierdoor kan onze aandacht afgeleid worden van datgene waarom het wezenlijk gaat. Natuurlijk, via 'dingen' kunnen we ons onderwijs veraangenamen. Dat we onszelf en onze leerlingen daarmee wat afhankelijk maken van die dingen is misschien niet eens zo vreselijk erg. Wel moeten we ons de vraag stellen of we mee doen met de algemene trend om *het zoeken naar waarheid* te vervangen door *het bieden van het aangename.*

* * *

Wiskunde is geen zachte konsumptie. Wiskunde is een harde aktiviteit die veel tijd en energie vraagt. Het is geen makkelijk vak. Alleen begenadigden kunnen het moeiteloos doen. Het spreekt vanzelf dat je het een aangename verpakking kunt geven, het kunt koppelen aan aangename uiterlijkheden, maar als klimaatbepaler zal het èn glad èn grillig èn verrassend èn weerbarstig èn skandinavisch èn bourgondisch èn helder èn verborgen èn .... werken.
Wie de uitdaging echter aanneemt kan in goed wiskundeonderwijs (zoals wiskobas dat met vallen en opstaan probeert te ontwikkelen) vaak op eigen nivo het gevecht aangaan; een voorwaarde voor *een uitnodigend klimaat.*

kolommen



WAAR GAAT MEER IN?

H. FREUDENTHAL

Een vel papier kan op twee manieren als een koker worden opgerold, overlangs en overdwars (fig. 1).

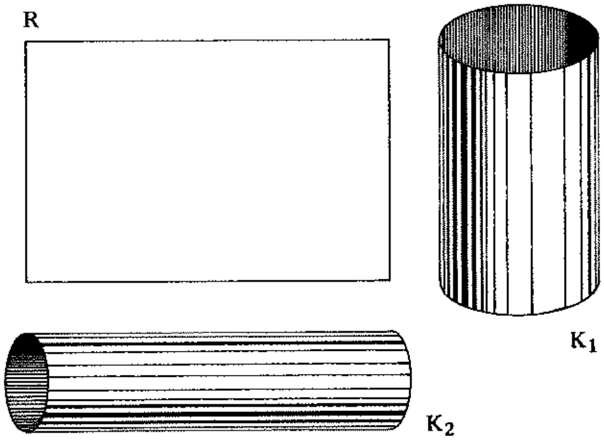


fig. 1

In een proef met zesdeklassers stelden wiskobassers de vraag: *'waar gaat meer in?'*
Het antwoord was meestal *'het is hetzelfde'*, en ook de meeste volwassenen reageerden zo. Blijkbaar denk je: 'hetzelfde oppervlak moet dezelfde inhoud omsluiten'.
Is dit zo?
Denk eens aan een platte zak en aan een gevulde! Het is hetzelfde oppervlak, maar de omsloten inhoud kan geweldig verschillen.

Maar nu, als de twee kokers niet dezelfde inhoud hebben: *in wélke zit er dan meer?*
Ik ben het met kinderen als volgt begonnen. Ik nam een vel ruitjespapier van 12 bij 8 ruitjes. (U mag er ook andere getallen voor kiezen, maar dan liefst getallen die door 4 deelbaar zijn.)
Ik vouwde het vel niet tot ronde maar tot vierkante kokers (fig. 2). Een keer, overdwars,

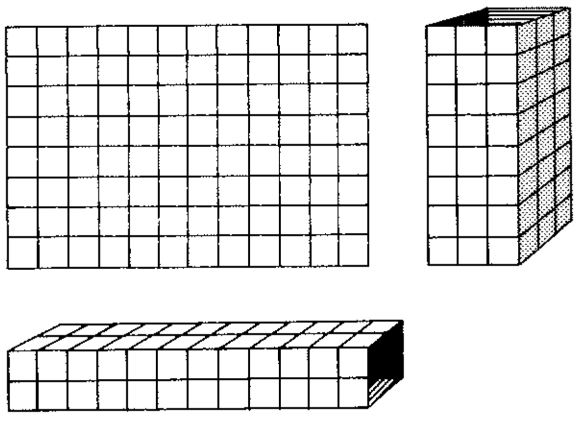


fig. 2

wordt het een koker hoog 8 met als doorsnee een vierkant van 3 bij 3; de andere keer, overlangs, wordt het er een met lengte 12 en een vierkant van 2 bij 2 als doorsnee. De inhoud van de eerste is 3 x 3 x 8 = 72, die van de tweede 2 x 2 x 12 = 48. Dus de ruimere koker, al is hij korter, heeft een grotere inhoud dan de nauwere, al is hij langer; de verhouding van de inhouden is 72 : 48, ofwel dezelfde als die van de zijden van het vel: 12 : 8.
Achteraf is het natuurlijk duidelijk, dat bij gelijke oppervlakte de ruimere koker groter van inhoud moet zijn. Het 'ruimer zijn' telt immers in lengte èn breedte, terwijl het 'langer zijn' slechts in één afmeting telt.

Ik wil hetzelfde nog op een andere manier uiteenzetten, maar dan met de ronde kokers, waar het eigenlijk om gedaan was. U denkt natuurlijk meteen aan het kromme oppervlak van een cilinder, maar dit hoeft niet. Er hoeft geen π bij te pas te komen; het wordt er niets duidelijker door.
Het vel papier is een rechthoek R. De langere zijde is – stellen we – m-keer zo groot als de korte – u mag doorgaans, als u het gemakkelijker vindt, $m = \frac{3}{2}$ nemen, zoals in het voorbeeld. Vergelijk nu de twee ronde kokers K_1, K_2 met elkaar. De omtrek van de doorsneecirkel van K_1 is m-keer zo groot als die van K_2; de oppervlakte van de doorsnee-cirkel van K_1 is dus m^2-keer zo groot als van K_2. Daarentegen is K_2 m-keer zo lang als K_1, of als u wilt, K_1 $\frac{1}{m}$-keer zo lang als K_2. Dus: de doorsnee-cirkel van K_1 m^2-keer, lengte $\frac{1}{m}$-keer zo groot als K_2. De inhoud van K_1 is dus m-keer die van K_2, net als daarstraks voor de vierkante kokers.
De twee kokers met dezelfde rechthoek als oppervlakte verhouden zich, wat hun inhouden aangaat, als de zijden van de rechthoek, en in de ruimere gaat meer.

We kunnen dit nog anders inzien en dan weer algemener. Neem weer een cirkelvormige koker met straal r en met als oppervlak een rondgevouwen rechthoek R. Denk die koker gevuld, bijvoorbeeld met kaarsvet. Deel de kaars nu door sneden overlangs tot het midden toe in smalle wiggen, allemaal prisma's, die op een zijvlak liggen, met als hoogte de straal r van de koker (fig. 3). De inhoud van zo'n wig is $\frac{1}{2}\cdot$zijvlak$\cdot r$. Allemaal samen: $\frac{1}{2}\cdot$zijvlak van de koker$\cdot r$.

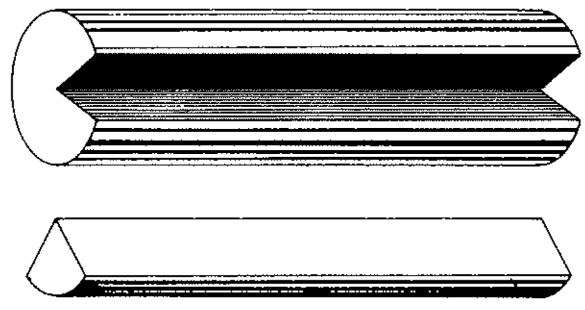


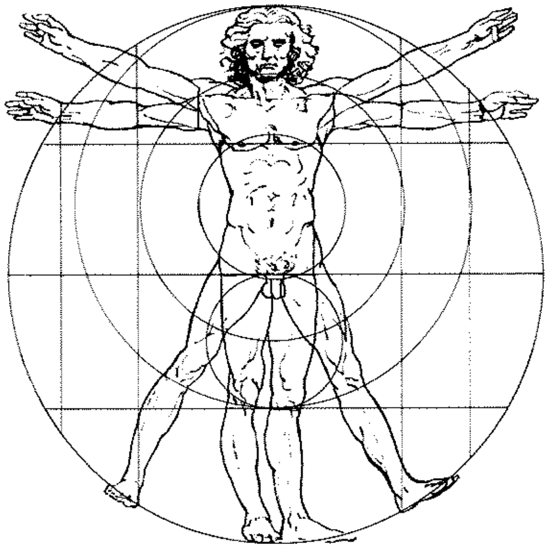
fig. 3

Dus de inhoud van een cirkelvormige koker is: $\frac{1}{2}\cdot$zijvlak$\cdot$straal van de koker.
Bij gelijkblijvend oppervlak is de inhoud van een koker dus evenredig met zijn straal. In een dunne koker gaat weinig, in een brede willekeurig veel, als hij maar breed genoeg is.
Het laatste lijkt vreemd, maar het ligt daaraan dat de koker open is. Met gesloten oppervlakken is dat anders. Een gegeven gesloten oppervlakte kan willekeurig *weinig* omsluiten, *niet* willekeurig *veel.*
Hoeveel dan?

Je kunt deze vraag al voor omtrek en oppervlakte stellen. Hoe vind ik bij gegeven omtrek de kromme die de grootste oppervlakte omsluit? Dit is het zogenaamde *isoperimetrische probleem* (isos = gelijk, perimeter = omtrek). Het antwoord is: de cirkel. Het heeft nogal wat voeten in de aarde, om dit te bewijzen. Maar een wat eenvoudiger probleem kunt u zelf narekenen:
– *welke onder alle driehoeken met gegeven omtrek heeft de grootste oppervlakte?* (antwoord: de gelijkzijdige driehoek);
– *welke vierhoek met gegeven omtrek heeft de grootste oppervlakte?* (antwoord: het vierkant).

En nu gist u, hoe het verder gaat: onder de n-hoeken met gegeven omtrek heeft de regelmatige de grootste oppervlakte. Daar vandaan naar willekeurige krommen is nog een flinke stap.
Voor oppervlakte en inhoud is dan 'natuurlijk', maar heel moeilijk te bewijzen: *van alle oppervlakken met gegeven oppervlakte heeft de bol de grootste inhoud.*
Dat zeepbellen bollen zijn, heeft er trouwens ook iets mee te maken.

wiskunst



VORM

F. VAN DER BLIJ

Deze keer een vrij algemeen tema.
Veel kunstfilosofieën zijn geschreven over vorm en inhoud:

– hoe onlosmakelijk zijn deze?
– vraagt iedere inhoud om een eigen vorm?
– is vorm alleen verpakkingsmateriaal voor de inhoud?
– maar wat is die inhoud; is er een boodschap, een bericht of een te gebruiken objekt dat om vormgeving vraagt?
– we kennen industriële vormgeving; is lay-out ook niet vormgeving, en is de architektuur er niet vol van?

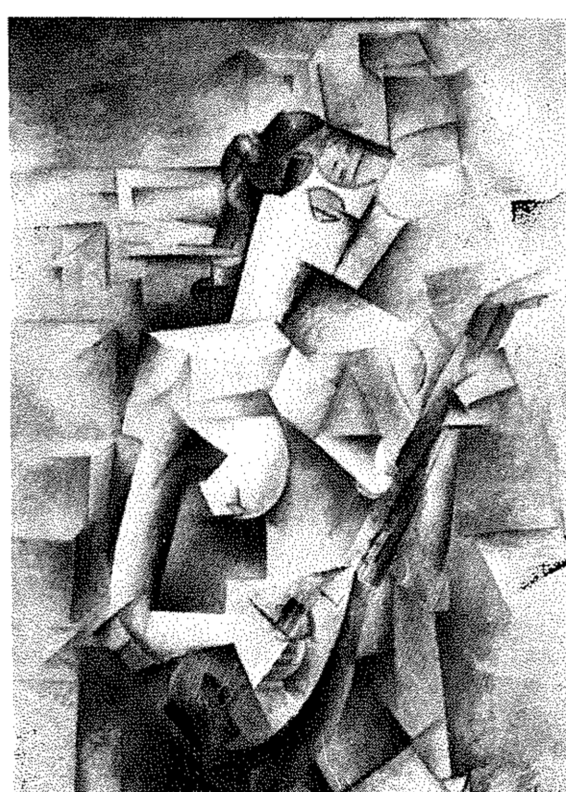
In deze *wiskunst* wil ik proberen om *vorm*, min of meer los van inhoud, los van de betekenis van het objekt, aan de orde te stellen.
De meetkunde ordent en klassifiseert vormen. We kunnen de meetkunde zelfs indelen door na te gaan welke vormen onderscheiden worden.
Gelijkvormigheid ligt voor de hand; een grote en een kleine cirkel hebben dezelfde vorm.
Maar er is ook een meetkunde, waarin rechthoek en parallellogram, blok en kubus, cirkel en ellips als van dezelfde 'vorm' beschreven worden, namelijk de affiene meetkunde.
En in de topologie (of elastieke meetkunde) laten we kontinue vervormingen toe, zodat cirkel en vierkant dezelfde topologische 'vorm' hebben.
In de euklidische meetkunde worden we gekonfronteerd met simpele lijnvormen: de rechte lijn, de cirkel, de ellips, de spiraal. De rechthoek, het vierkant, de cirkelschijf, de driehoek, de regelmatige vijf- en zeshoek zijn simpele vormen in het vlak. En in de ruimte: de bol, de kegel, de cilinder, het blok.
Maar zelden vinden we deze eenvoudige strukturen in de natuur; de boom en de grashalm zijn niet recht; een bloemkroon en een paddestoel niet nauwkeurig cirkelvormig.
Een lichtstraal is wel recht, het wateroppervlak is wel een plat vlak.
Dieren hebben meestal vreemde vormen.
De kunstenaar vindt deze zuivere meetkundige vorm in slechts enkele objekten; in een kristal soms een kubus of een twaalfvlak. In sneeuwvlokken, als we deze voldoende vaak vergroten, vinden we grillige maar duidelijk uit eenvoudige meetkundige vormen gebouwde strukturen. Een olievlek op het water geeft een cirkel, een waterdruppel soms een bol, enzovoorts.

In het elementaire tekenonderwijs heeft men vroeger vaak artifisiele elementaire vormen als voorbeeld gekozen (de generatie van het schooltekenen van stillevens, bestaande uit doosjes en busjes). Op hoger nivo werden

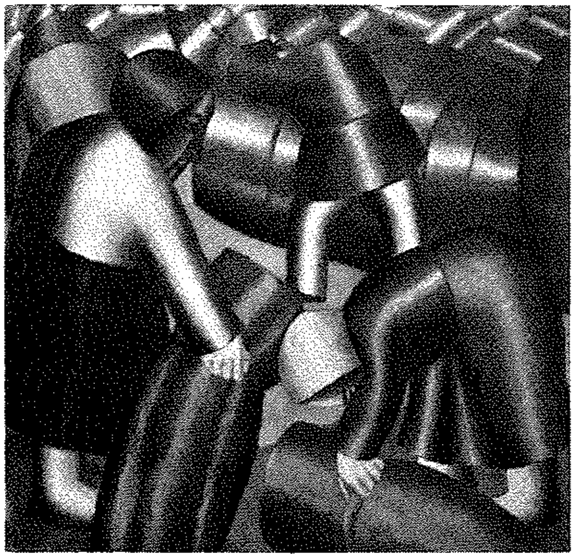
Paul Cézanne — Bos met molensteen fig. 1

natuurvormen tot deze meetkundige vormen gereduseerd (onder andere om het perspektief 'goed' te krijgen). In het kubisme en zijn voorlopers werden zelfs de visueel waargenomen objekten tot deze elementaire vormen gereduseerd.

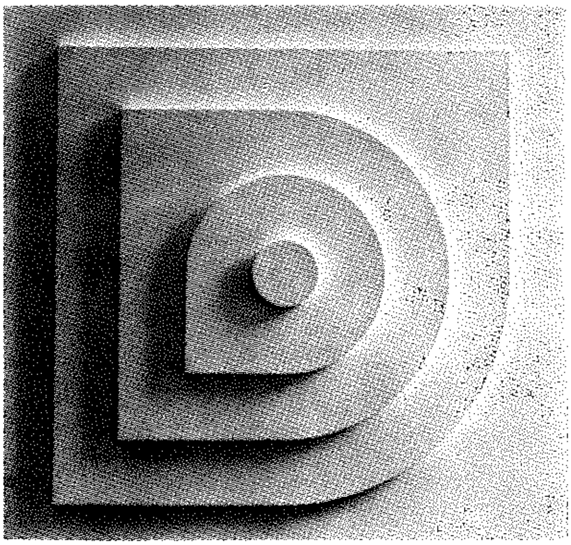
Ik denk aan landschappen van *P. Cézanne* (fig. 1), aan vele *Picasso's* (fig. 2), aan de technisch ontlede figuren van *F. Léger* en ook van *K. Malewitch* (fig. 3).
In gebruiksvoorwerpen vinden we vele van deze elementaire vormen. Het zijn zelfs mijlpalen van een technische ontwikkeling. Denk maar aan het wiel, aan de pottenbakkersschijf, die onze potten en pannen cilinderachtig maakt, aan de steenhouwer en vooral aan de steenbakker en de in modulen werkende ontwerper van onze blokkendoos-flatkultuur. Postzegels zijn rechthoekig of driehoekig, zelden cirkelvormig. Boeken idem dito.
Ik ben eens tegen een prachtig fotoboek opge-



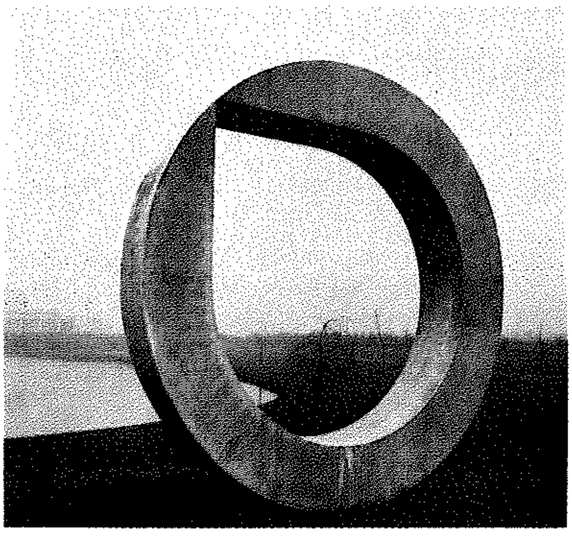
Pablo Picasso — Vrouw met mandoline fig. 2



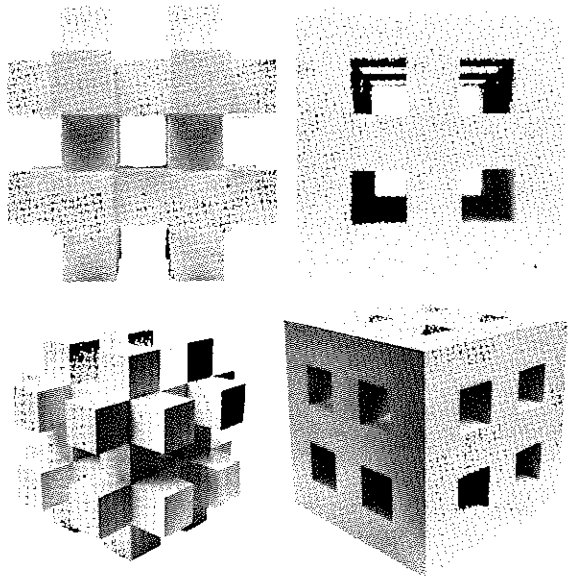
Kasimir Malewitch – Het binnenhalen van de oogst fig. 3



Ad Dekkers – Vierkant en cirkel in overgang fig. 4



Ad Dekkers – Cirkel in ontwikkeling naar vierkant fig. 5



Ewerdt Hilgemann – Positief, negatief fig. 6

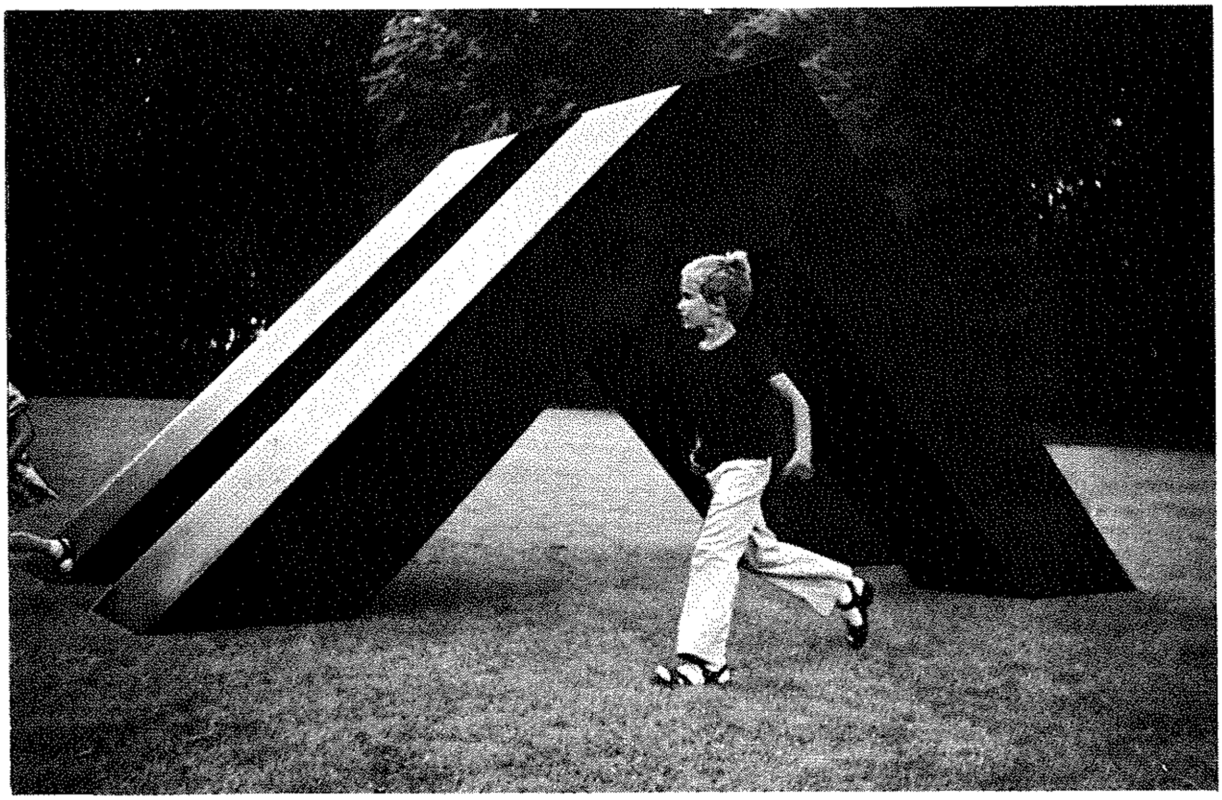
lopen: *Paul Guggenbühl: Begegnung mit der Form.*[1]) Reeksen van foto's, gerangschikt naar onderwerp: punt, loodlijn, kromme, vierkant, driehoek, cirkel, ellips, cilinder, kegel, bol, piramide, enzovoorts. Het is een heerlijke kollektie. Toch valt het op dat de door de mens gemaakte produkten vaker in deze hoofdstukken gebruikt kunnen worden dan de zuivere natuurfoto's.

Maar als ik denk aan het boek van *d'Arcy Thompson: On Growth and Form*[2]), is er vanuit de biologie nogal wat te zeggen en te laten zien over wiskundige vormen. Ik noem alleen de schubben van de ananas, de zaadjes in de zonnebloem, bladstand en bladvormen, maar ook virusvormen.

Verschillende eigentijdse kunstenaars hebben de vorm, veelal de eenvoudige matematische vorm, als objekt gekozen. Daarvan stippen we enkele voorbeelden aan, wel wetend dat we daarbij de kunstenaars vaak onrecht doen omdat we hier slechts een enkel faset van hun werk, en dan nog vluchtig, bezien. De verleden jaar overleden *Ad Dekkers* hield zich in het bizonder bezig met overgangen van geometrische vormen: van cirkel naar vierkant, van vierkant naar vierhoek (fig. 4 en 5).

De beeldhouwer *E. Hilgemann* bestudeert vaak uit de kubus afgeleide vormen en de 'duale' van deze lichamen, namelijk dat wat materie

[1]) Zürich, 1966.
[2]) 1917, 1942, 1961.



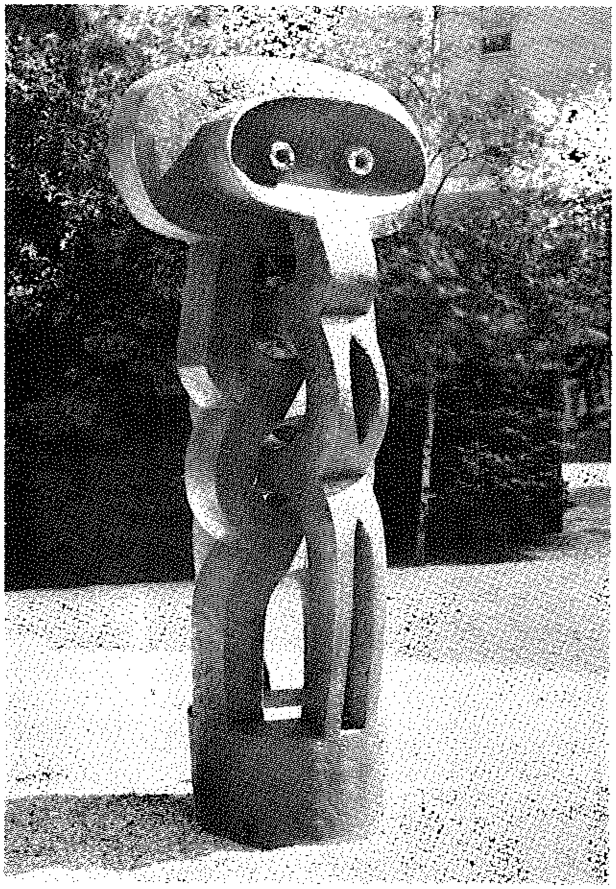
Piet Bekaert – Colour object fig. 7

vertoont, daar waar de eerste vorm leegte heeft. In gedachten samengevoegd vullen ze de gehele ruimte, maar veelal zijn ze door hun vorm niet in elkaar te passen, tenzij je ze kapot zou maken (fig. 6).

Ook de groep kunstenaars, die in 1972 tezamen eksposeerden onder de titel *Gentse Konstruktieve Kunst* zijn gefascineerd door geometrische vormen. Er was werk van *J. van de Abbeel* en *W. Plompen* met geometrische perspektieven en onmogelijke vormen, zoals het gekke kratje. Verder *Y. de Smet,* die ook een permutatiegedicht *An-ti-go-ne* (zes regels met ieder vier permutaties van de lettergrepen: 4! = 6 x 4).
Uit deze groep een afbeelding (fig. 7) van een geometrische vorm (passend in het wiskobasbulletin!) van *Piet Bekaert.*
Pablo Serrano heeft zich ook met in elkaar passende vormen beziggehouden. Veelal zijn de vrij zuivere geometrische vormen gebed in zeer onregelmatige vormen; abstrakte geometrische vormen in natuurklonten, zoals kristallen in klompen klei (fig. 8).

Eigenlijk heeft iedere beeldhouwer zijn vormentaal, vaak met geometrische verrassingen. *O. Zadkine* met uitgeholde profielen, *Jacques Lipchitz* met kettingachtige skulpturen (fig. 9).

Pablo Serrano – Le doigt fig. 8



William Tucker heeft zich weer op een andere manier beziggehouden met wiskundige vormen en hun samenhang. *Karnak* (1965) is een aardig voorbeeld. De symmetrie van het matje (schering en inslag) wordt doorbroken door de buiging van het materiaal (fig. 10).

Misschien vindt u de meetkundige of wiskundige achtergrond wat zwak, er zijn geen formules of berekeningen aan te pas gekomen. Maar ja, dat moet u mij nog maar vergeven. Ik ben nog niet klaar gekomen met de wiskundige eksegese van enkele werken van *George Vantongerloo.* Ik noem slechts enkele titels als kompensatie voor bovengemelde tekortkomingen, namelijk:

- *Compositie XV* – vergelijking $y = ax^2 + bx + 18$

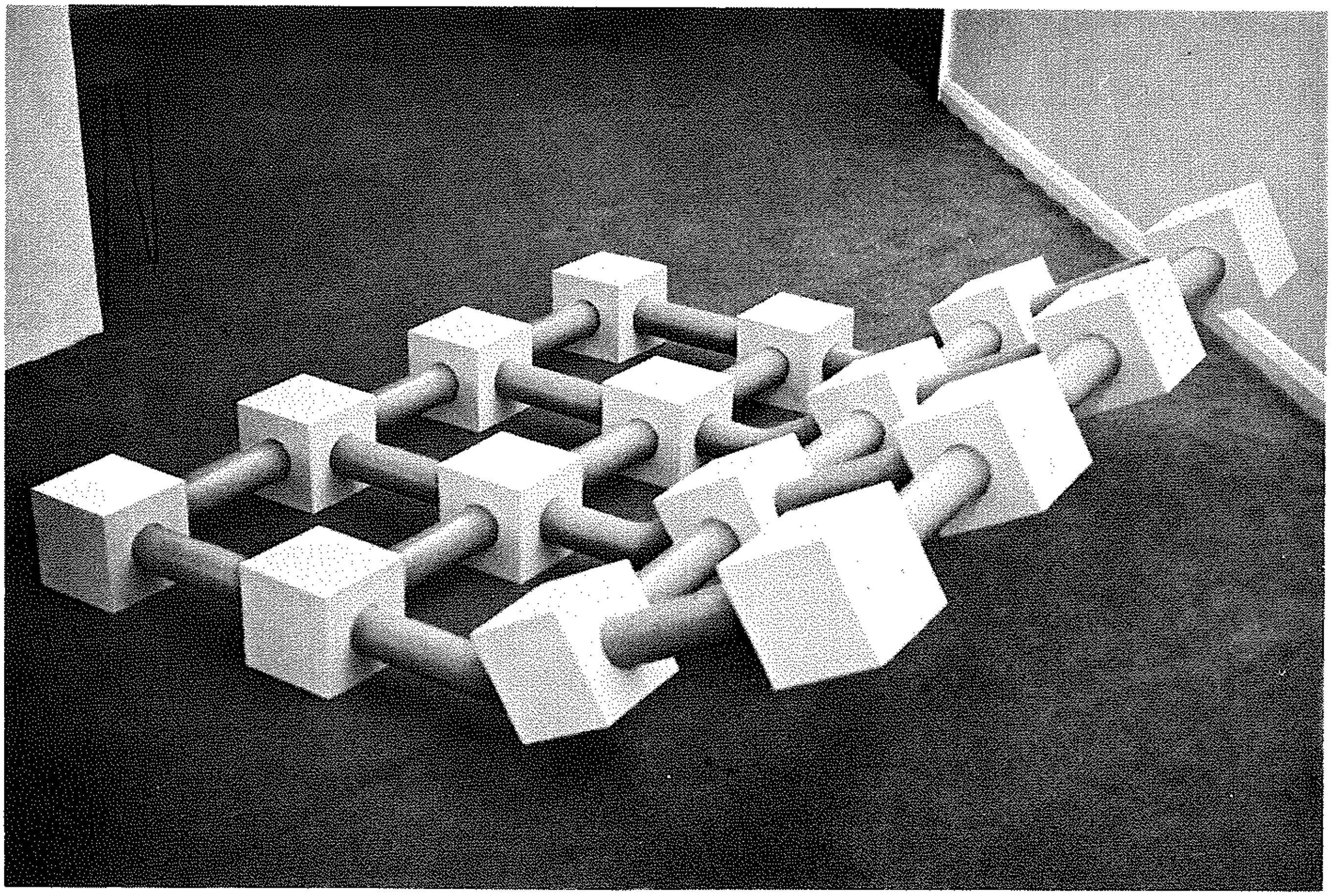
en

- $y = x^4 - 11x^2 + 10$,

of ook

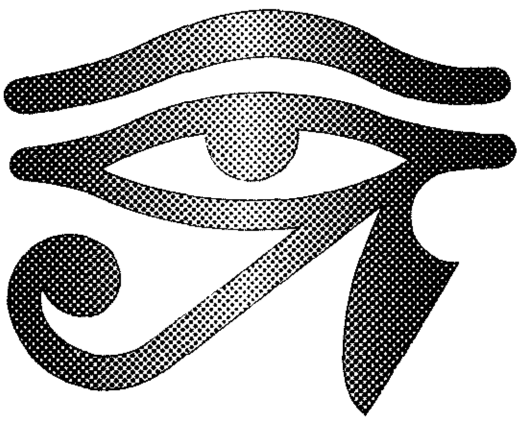
- $y = x^2 + 3x + 10$.

Jacques Lipchitz – Figures fig. 9



William Tucker – Karnak fig. 10

problematika



HUUB JANSEN

1

MET DE BESTE WENSEN

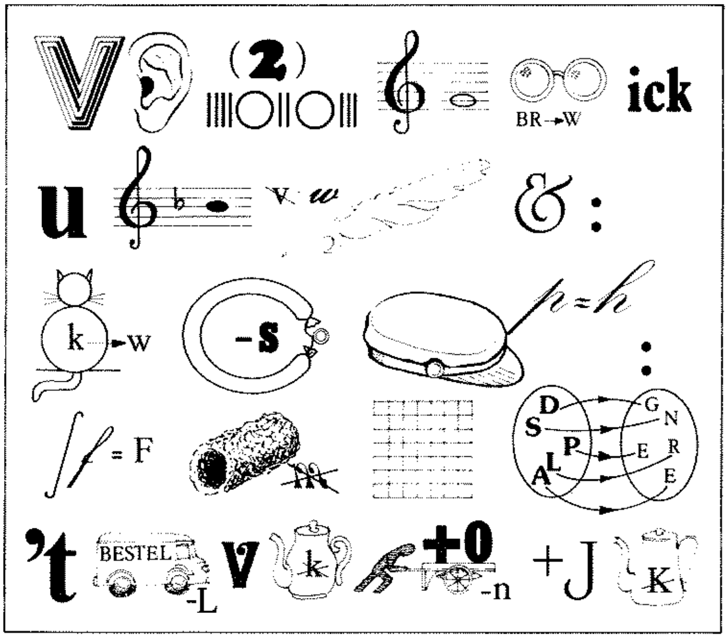
Rond de jaarwisseling stuurde de direkteur van het *gasbedrijf centraal nederland* ons een vriendelijke brief, waarin hij de minister van ekonomische zaken de schuld gaf van de verhoging van de gastarieven voor kleinverbruikers.
Nu heeft de term 'kleinverbruiker' iets denigrerends, alsof je niet voor vol wordt aangezien, maar de gasdirekteur maakt weer veel goed door er een probleem bij te sluiten. Alsof hij zeggen wilde: 'wel klein, maar toch slim!'
Het probleem heeft te maken met de berekening van het bedrag dat de verbruiker moet betalen wanneer op een bepaalde datum, in dit geval 1 januari 1975, de tarieven verhoogd worden. Enfin, leest u zelf maar:

> **'Vaststelling verbruik**
>
> In verband met ons systeem van éénjaarlijkse meteropneming kunnen wij het gasverbruik dat eendeels over 1974 en anderdeels over 1975 is afgenomen, zoals tot nu toe gebruikelijk, tijdsevenredig afrekenen.
> Gezien echter de drastische prijsverhoging kan deze methode van splitsing van de verbruiken in uw nadeel werken. Om tot een exacte splitsing van het verbruik over 1974 en 1975 te komen zouden wij bij al onze verbruikers de meterstand per 1 januari 1975 moeten opnemen. Het is begrijpelijk dat dit om praktische redenen onmogelijk is.
> Wij hebben daarom gekozen voor een systeem waarbij het vastrecht alsmede de eerste 600 m^3 verbruik tijdsevenredig en het overige verbruik seizoenevenredig worden gesplitst over 1974 en 1975. Hierbij zullen wij gebruik maken van een verbruikspatroon gebaseerd op het temperatuurverloop volgens opgave van het K.N.M.I. te De Bilt.'

Het probleem is nu:
▶ *Hoe groot is het percentage kleinverbruikers, dat snapt wat hier staat?*

* * *

Leuker was het rebusprobleem dat wij uit het oosten-des-lands ontvingen en dat een fraaie kombinatie is van muzikale, wiskundige en taalkundige kennis:



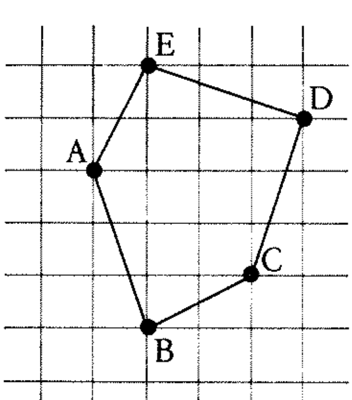
Overigens gelden de beste wensen voor 1975, die ons hiermee werden toegezonden, ook voor de lezers van deze rubriek. Wel wat laat, maar dit is de eerste aflevering van het wiskobas-bulletin die in 1975 *geschreven* is.

* * *

Het laatste probleem dat wij met allerlei goede wensen ontvingen is, wiskundig bezien, ook het aardigst. Het is afkomstig van kollega Jan Nieland, die tevens zijn indeling van problemen naar moeilijkheidsgraad vermeldt:

- de lachertjes
- de zoethoudertjes
- de krengen
- de JMW-problemen.

JMW is te vertalen met 'Joost-mag-'t-weten', en u moet zelf maar uitmaken in welke kategorie het volgende probleem thuishoort.
Teken op ruitjespapier een willekeurige roostervijfhoek, bijvoorbeeld:



Wanneer nu de vijf hoekpunten onderling door lijnstukken verbonden worden, dan ontdekt u dat het midden van minstens één verbindingslijnstuk samenvalt met een roosterpunt. In ons voorbeeld is dat het midden van CE.
▸ *Bewijs nu dat dit altijd zo is.*

Bedenk daarbij dat ook een zijde van de vijfhoek als een verbindingslijnstuk van twee hoekpunten geldt.

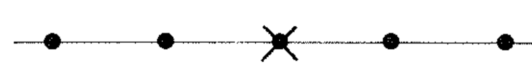
2

VARIATIES

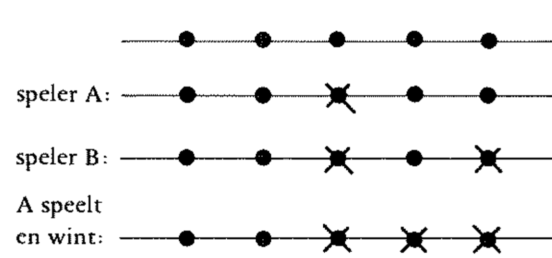
Het spelletje *boter-kaas-en-eieren* kent iedereen. Wie dit spel niet op straat heeft getekend en gespeeld, met een krijtje en een vriendje, heeft geen echte jeugd gehad en moet opnieuw beginnen!
Boter-kaas-en-eieren is waarschijnlijk het spel dat door wiskundigen het best geanaliseerd is en waarvan de meeste varianten bestaan. Denkt u maar aan de driedimensionale uitbreiding ervan, door een bekend uitgever uit het zuiden des lands in een plastic uitvoering op de markt gebracht.
Wanneer je dit spel met kinderen van ongeveer 10 jaar speelt, dan zie je hun ruimtelijk inzicht van minuut tot minuut toenemen. Bij wijze van spreken dan!
Wij krimpen ditmaal het spel een dimensie in.

Teken een lijn. Zet op de lijn een aantal punten op ongeveer gelijke afstand:

Het spel wordt gespeeld door twee personen in de ontwikkelingsfase van 8 tot 80 jaar. Om beurten zet iedere speler een kruisje op een van de punten:



Wie het kruisje zet, waardoor een patroon van drie *aaneengesloten* kruisjes ontstaat, heeft gewonnen.
Hier een voorbeeld van een — nog niet erg interessant — spelverloop:



Een spelletje met simpeler regels en hulpmiddelen hebben wij niet in huis.
Bovenstaand voorbeeld is, zoals van een goed voorbeeld verlangd wordt, nogal eenvoudig. Met vijf punten op een lijn is het gauw afgelopen en de speler die begint, wint altijd.

▶ *Hoe zit dat echter met méér punten op de lijn?*

Wij beweren dat bij een *oneven* aantal punten, de eerste speler altijd kan winnen. Zoekt u, of beter, laat uw leerlingen maar uitzoeken, welke strategie gekozen moet worden. Direkt veel moeilijker wordt het met een *even* aantal punten. Het is niet zo'n toer om uit te zoeken dat bij 6 punten de tweede speler kan winnen, mits hij goed speelt.

▶ *Welke speler kan winnen met een even aantal punten groter dan 6?*

Moet u maar eens op een vrijdagmiddag met uw leerlingen uitknobbelen. Kreativiteit, initiatief en speurzin worden daarbij ontwikkeld. En volgens grote onderwijskundigen zijn dat de intellektuele doelstellingen waarop gemikt moet worden. Het is maar dat u het weet!

Mocht u meer willen, dan hier als *toegift* nog een tweedimensionale variant op boter-kaas-en-eieren.

Hierboven een 6- bij 6-rooster. U mag ook groter of kleiner werken. Wederom twee spelers die om beurten een kruisje in een hokje zetten.
Wie een horizontale, vertikale of diagonale rij van drie maakt, heeft gewonnen.

We verduidelijken een en ander door u de volgende probleemsituatie voor te leggen:

X					X
	X				
				X	
		X			
X					X

▶ *Welke speler, A of B, is hier aan zet?*

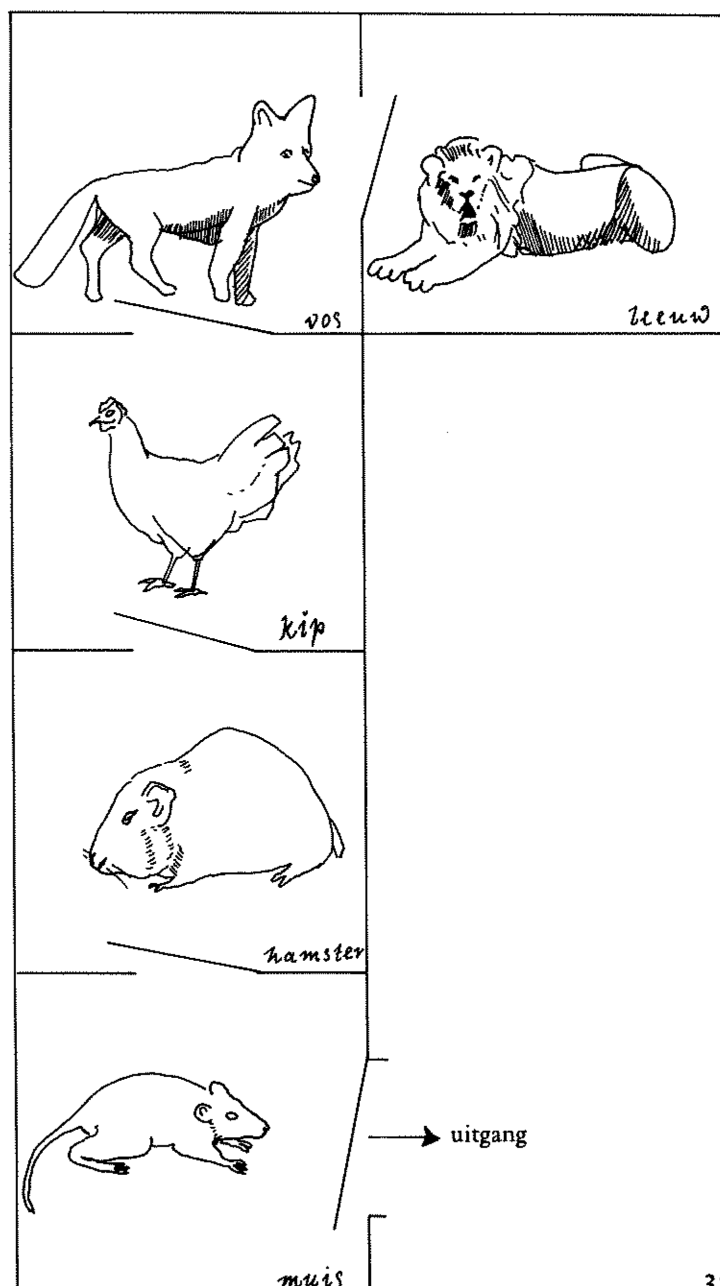
▶ *En welke zet moet hij doen om te winnen?*

Zoals de grote filosoof zei: 'l'esprit humain ne s'est jamais montré plus inventif qu'en matière de jeux'.
Bedenkt u daarom zelf maar andere varianten op dit spel.

3

DIERENTUIN

Hieronder ziet u het totale dierenbestand van een mini-ARTIS:



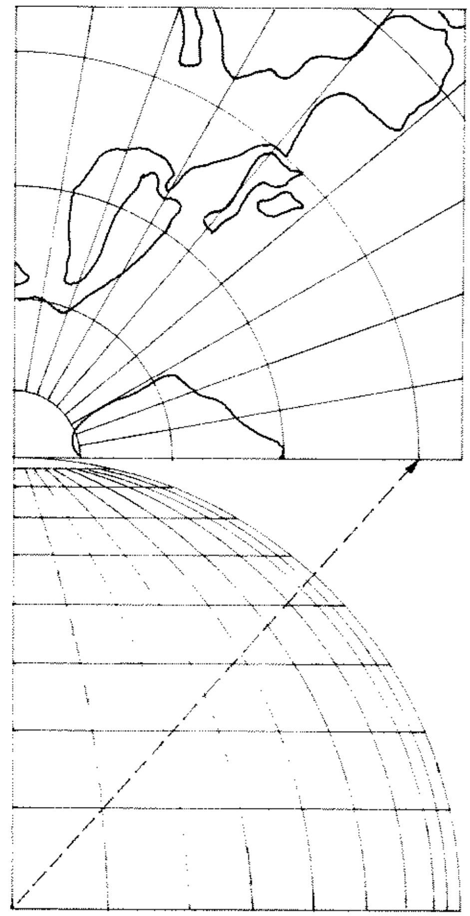
De dieren zitten in een spesiale volgorde in de kooien. In elke kooi bevindt zich namelijk een draaideur waardoor bijvoorbeeld de muis wel bij de hamster kan komen, maar de hamster niet bij de muis. En dat is maar goed ook, want elk dier vreet, als hij de kans krijgt, het dier dat zich beneden hem bevindt, met huid en haar op. De leeuw is dus de vijand van de vos, de kip, de hamster en de muis. En mogelijke prooien voor de kip zijn de hamster en de muis. Enzovoort, enzovoort.
Nu moeten eens per maand de kooien schoongemaakt worden. De oppasser stopt de dieren dan in een reservekooi, die identiek is aan de kooi hierboven. Bovendien heeft de oppasser de beschikking over een derde, eveneens gelijke, reservekooi.
Het probleem is nu:

▸ *Hoe moet de oppasser deze maandelijkse verhuizing organiseren?*

Een simpel ogend, maar nogal lastig probleem. U kunt het probleem vereenvoudigen door het dierentuintje tot twee of drie beesten te reduseren.
Kenners van PA-blok 3 zullen de verwantschap met een ander probleem ontdekken, maar u hoeft niet het wetenschappelijk nivo van een modern opgeleide onderwijzer te evenaren om aan de slag te kunnen gaan. Ook leerlingen uit de hogere klassen van de basisschool kunnen tot een oplossing komen. Mits toegerust met goede hulpmiddelen, zoals kartonnetjes met plaatjes of namen van de dieren erop.

Wanneer we hier de onderwijzersopleiding noemen, dan gebeurt dit ook om te wijzen op de bron van dit èn het vorige probleem. Het is het franse tijdschrift *'Activités Recherches Pédagogiques'*, een voortreffelijk tijdschrift in sobere uitvoering, vol goede suggesties, ook voor wiskundeonderwijs. Het verschijnt tweemaandelijks en kost nog geen 25 gulden (35 francs). Te bevragen bij *le directeur de la publication, Simonne Sauvy, 27 avenue du 11-novembre, meudon.*

berichten uit het buitenland



Deze bijdrage bestaat uit twee gedeelten. In aansluiting op de vorige 'berichten' wordt eerst ingehaakt op een zweedse diskussie over differentiatie in het onderwijs. Het tweede gedeelte signaleert enkele duitstalige artikelen over wiskundeonderwijs.

KLAAS KOSTER

Via de heer J. De Reus, dokumentalist van de drie landelijke pedagogische centra, kreeg ik een vertaling van een artikel in handen dat op 8 januari 1975 in het zweedse dagblad *'Dagens Nyheter'* heeft gestaan. Dit blad heeft een oplage van 400.000 eksemplaren. Volgens De Reus verstaat de redaktie de kunst om (onder andere) belangrijke onderwijskundige problemen voor een brede laag van de bevolking toegankelijk te maken.
In het artikel geeft de heer *Jan Thavenius*, wetenschappelijk medewerker voor de taalkunde aan de universiteit van *lund*, heftige kritiek op de vernieuwingen in de zweedse *grundskola*. Zijn kritiek richt zich vooral op de mening dat verdergaande differentiatie en individualisatie de gebreken van deze school zullen opheffen.
Volgens Thavenius leidt ook ekstreme individualisatie in het onderwijs tot een selektie van leerlingen op basis van hun sociale afkomst, zolang de prestatienormen gekoppeld blijven aan de resultaten van leerlingen uit de midden- en hogere klassen. Het gaat er in dit geval immers om dat de leerlingen bepaalde voorgegeven kennis en vaardigheden zo goed mogelijk onder de knie moeten krijgen. Het enige waarover de leerlingen zelf kunnen besluiten is het tempo van hun studie. Er is in de lessen geen ruimte voor iets anders dan het apriori gegevene. Alles moet eigenlijk van te voren gepland zijn. Een ekstreem geindividualiseerd onderwijs leidt er toe dat leerlingen in hoofdzaak kennis reproduseren.

> 'Bij een geindividualiseerd onderwijs is er alleen plaats voor het vanzelfsprekende, het eenmaal vastgestelde, voor centrale sturing en onpersoonlijke burokratische relaties. Centraal ontwikkelde leermiddelen zullen als instrumenten voor deze sturing gaan dienen...en de leerlingen worden dan tot objekten die volledig aan onderwijsmachines worden overgeleverd.' (Thavenius)

Volgens hem wordt het op die manier bijna onmogelijk gemaakt dat leerlingen in een dialektisch proces samen met andere mensen kennis verwerven. Leerlingen en leraren wordt hun vrijheid en verantwoordelijkheid ontnomen door het leermiddel of de onderwijsmachine.
De kritiek van Thavenius op de vernieuwingen in de zweedse grundskola zijn niet zonder betekenis. Voor velen is zweden immers het mekka van de onderwijsvernieuwingen. Dat ook daar echter nog veel problemen moeten worden opgelost is intussen wel duidelijk. Op het eerste gezicht heeft men in nederland ten opzichte van de zweedse vernieuwingen (middenschool en imu-projekt) een aanzienlijke achterstand. Bij nadere beschouwing valt deze achterstand evenwel mee. En wanneer men er in nederland in zou slagen de differentiatieproblematiek binnen het wiskundeonderwijs enigszins op te lossen, zou de oorspronkelijke achterstand wel eens in een voorsprong ten opzichte van het buitenland kunnen verkeren.

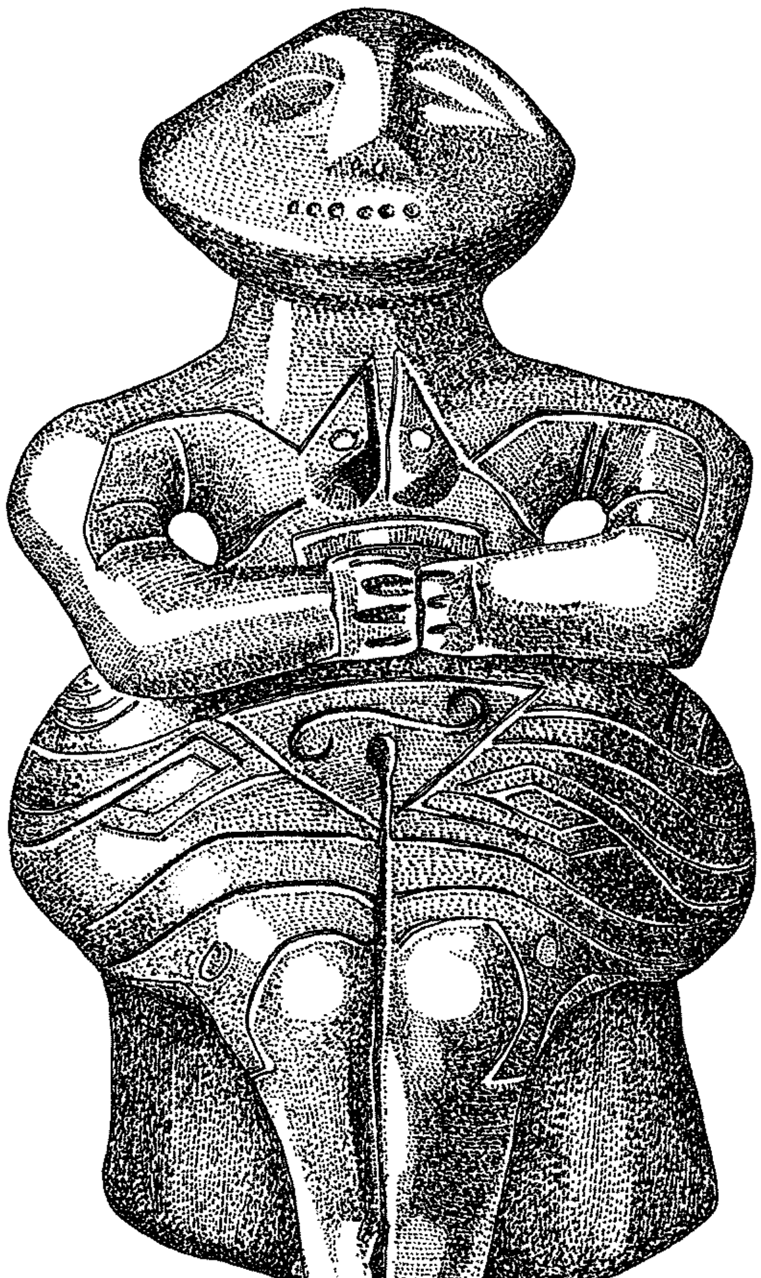
* * *

Binnen de bondsrepubliek duitsland gaat de diskussie over de achtergronden en het nut van nieuwe wiskundeprogramma's nog steeds voort. Het weekblad *'Der Spiegel'* maakte onder de titel 'Macht Mengenlehre Krank' in maart vorig jaar zelfs een 'cover-story' over de duitse 'modernisering' van het rekenonderwijs. In deze duitse diskussie verschenen eind 1974 een aantal artikelen, die ook voor nederlandse lezers de moeite waard zijn. Het tijdschrift *'Betrifft: erziehung'* behandelde in het novembernummer van 1974 het tema 'Neue Mathematik, verschenkte Chance'. Daarin is onder andere een interview opgenomen met Heinrich Bauersfeld, bekend door zijn 'alef'-programma, en matema-spelen.[1])

Veel goede artikelen staan ook in het *'Zeitschrift für Pädagogik'* van oktober 1974 onder het tema 'Denkerziehung und Mathematik-unterricht'. Steiner en Bussmann bespreken de betekenis van Piaget's teorie voor het wiskundeonderwijs, terwijl Freudenthal in een artikel over de bepaling van doelstellingen voor het wiskundeonderwijs een pleidooi houdt voor een 'didaktische fenomenologie'. Born bespreekt enige wiskundige struktuurbegrippen, die voor het wiskundeonderwijs als 'kapstok' kunnen dienen. In dezelfde aflevering van het tijdschrift is tevens een boekbespreking opgenomen van de duitse uitgave van Freudenthal's *'Mathematics as an educational task'*.

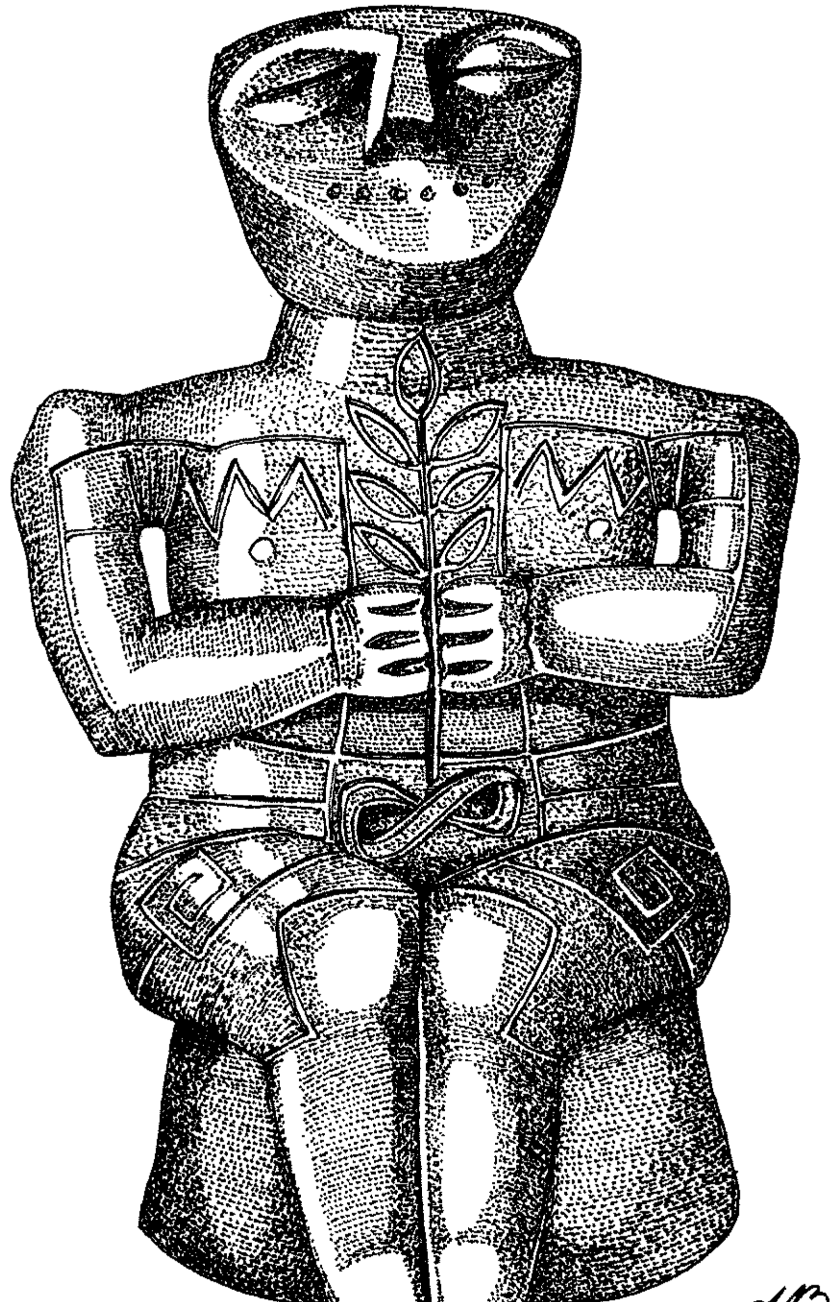
[1]) Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 3/4, pag. 253 e.v.

idolen



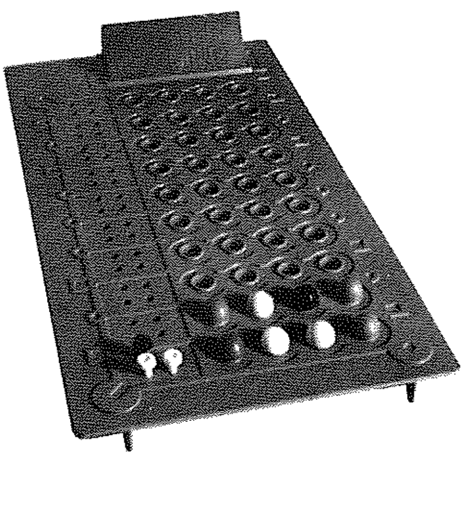
uit tatar pazardsjik bij plovdiv in bulgarije, 1500 voor Chr., hoogte 9,5 cm (natuurhistorisch museum, wenen)

HANS DE BOER



wiskobas-bulletin: jaargang 4, nr. 5 (iowo, utrecht)

nieuw op de markt



ED DE MOOR

Er bestaan allerlei soorten spellen en spelen: geluksspellen ('mens-erger-je-niet'), amusementsspelen ('vadertje en moedertje', 'cowboytje'), handvaardigheidsspellen ('meccano'), leerspelletjes ('loco'), sportspelletjes ('kegelvoetbal'), puzzels ('kruiswoordraadsels'); sommigen zeggen, dat 'het hele leven' een spel is, anderen weer dat aan het spel 'ons maatschappelijk gedrag' afgelezen kan worden.
Genoemde klassifikatie zal ongetwijfeld uitgebreid kunnen worden en over de waarde van spelletjes en 'het spelen van de mens in het algemeen' is al heel wat afgepraat en het laatste zal nog wel niet gezegd zijn. Ik ken mensen, die braakneigingen krijgen als ze alleen al het woord 'spelletje' horen, maar ook is bekend, dat speelgoedfabrikanten lieden in dienst nemen om nieuwe spellen voor groot en klein te ontwerpen. Bij de jaarlijkse voorbeschouwingen van de sintnikolaas-presentjes in 1974 viel te konstateren, dat de speelgoedfabrikanten eigenlijk weinig nieuws te bieden hadden, behalve dat er een toenemende belangstelling lijkt te ontstaan voor speelgoed, waarmee je iets kunt *leren!*

* * *

In het wiskobas-bulletin[1]) heeft Adri Treffers al eerder op de voor- en nadelen van spelletjes (matematische, semi-matematische, schijnmatematische) gewezen. In dat artikel is hij ingegaan op de kategorie spelletjes, die ik hierboven niet heb genoemd, namelijk de *strategiespelen.*
Voorbeelden van strategiespelen zijn: *schaken, go, nim, boter-kaas-en-eieren, de toren van hanoi, hex,* etc.
Al deze spelen hebben elementen in zich, waarbij het gaat om het ontdekken van strategieën. Dit kan door middel van induktief en deduktief redeneren, indirekt redeneren, generaliseren en sistematisch werken. Je zou ook kunnen zeggen: tracht optimaal gebruik te maken van je gezonde verstand, hetgeen in de volksmond wel 'logika' genoemd wordt. Ik bedoel hier met 'logika' *niet* de 'matematische logika' met zijn formele simbolen en regels, hoewel die natuurlijk ook – zij het op een hoger nivo – bruikbaar is. Het gaat in het dagelijkse logische denken immers niet om het rekenen met formele logische regels, doch juist om het ontdekken van enkele eenvoudige logische regels, zoals bijvoorbeeld de 'kontrapositie': $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg P)$
of, in een gewoon taalvoorbeeld:
als deze figuur een vierkant is, dan is hij een rechthoek,
heeft als gevolg

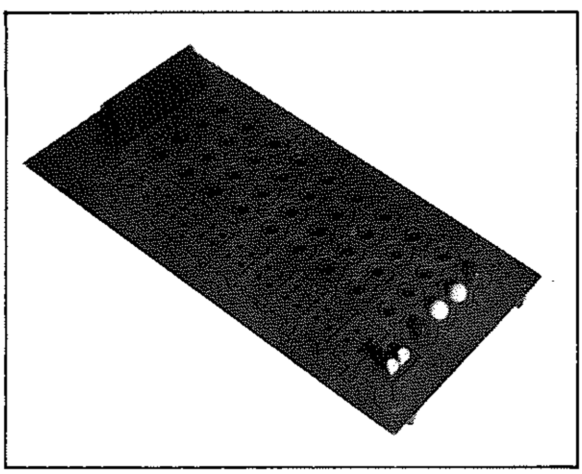
[1]) Jaargang 2 nr. 1, pag. 575.

als deze figuur geen rechthoek is, is hij geen vierkant.

* * *

Die logika (gezond verstand-redeneren) trof ik aan in het spel *Mastermind.*[1]) Ik kreeg het spel in september 1974 uit engeland toegestuurd, doch het is inmiddels ook in nederland overal te verkrijgen. Het spel wordt door twee spelers gespeeld, waarvan we de één de 'kodemaker' (A) en de andere de 'kodebreker' (B) zullen noemen. A kan met behulp van pionnen van zes verschillende kleuren een kode samenstellen van vier. In zo'n kode mogen kleuren herhaald worden (bijvoorbeeld: rood, wit, groen, rood). In principe zijn er dus $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$ verschillende kodes te maken.[2])

De kodebreker (B) moet nu trachten de kode van A te ontcijferen. Hij doet dit door een kode op de eerste regel van het speeltablo in te zetten (zie foto).



A geeft nu informatie aan B met zwarte knopjes (voor elke pion, die goed van kleur èn goed van plaats is) en witte knopjes (voor elke pion die goed van kleur is, maar fout van plaats). Deze zwarte en witte knopjes worden naast de door B geraden kode geplaatst en blijven staan, zodat de speler steeds terug kan naar eerder gegeven informatie.
In fig. 1 geven we een voorbeeld.

Het is aardig om achteraf de redeneringen na te gaan om te zien waar eventuele fouten zijn gemaakt. Het beste leert men het kombineren en deduseren door het spel zelf eens te spelen. Het is mij opgevallen dat zelfs de meest verstokte anti-spelletjes-volwassenen voor dit spel door de knieën gingen. Omdat het een kombinatie van redeneren en gokken inhoudt?
Ook heb ik begrepen dat 12- à 13-jarigen meesters in dit spel kunnen zijn. Anderzijds moet ik zeggen, dat een jongetje van 10 het spel in vereenvoudigde vorm (vier kleuren en geen herhaling van kleuren) al lastig vond, doch dat hetzelfde jongetje graag als kodeverstrekker optrad en de antwoorden feilloos gaf, hetgeen al een verdienste is. Op onze ontwerpheroriënteringskursus in hilversum, waar wij een avond aan strategiespelen wijdden, was *Mastermind* een overweldigend sukses.

* * *

Voor de wiskundige is de vraag interessant wat nu een gunstige strategie is. In het voorbeeld trachtte de kodebreker kennelijk eerst iets

[1]) Vic-Toy, 1972, Invicta Plastics Ltd., england.
[2]) Denk aan het heroriënteringsblok *'Tel-op-Tal'*.

inzet van B	antwoord A	kommentaar
① rood, rood, rood, rood		rood komt niet voor
② blauw, blauw, blauw, blauw	●	er is één blauwe bij
③ groen, groen, geel, geel	●	één groene of één gele erbij
④ blauw, groen, wit, zwart	●○○	van groen, wit, zwart is er één fout van kleur
⑤ zwart, groen, blauw, groen	●○○	zwart, blauw, groen zijn goed; geel, wit en rood fout
⑥ geel, groen, zwart, blauw	○○○	een stomme zet?
⑦ groen, zwart, blauw, zwart	●●●●	groen moet op de eerste plaats (regel ③ en regel ⑥) zwart op de vierde plaats (regel ④) blauw op de derde plaats (regel ⑤) op de tweede plaats geen groen (regel ③), geen blauw (regel ② en regel ⑤), dus zwart.

fig. 1

over de kleursamenstelling aan de weet te komen. Dat dit niet zo'n eenvoudige zaak is, blijkt als men met een *strategieboom* (fig. 2) alle gevallen gaat uitschrijven:

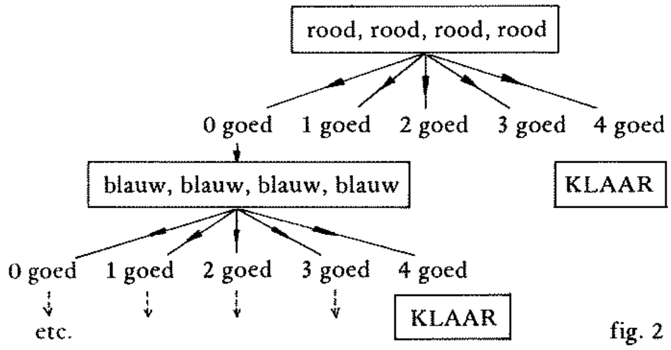


fig. 2

Nu weet je natuurlijk nog niet of de gevolgde strategie wel de zuinigste is. Want waarom zou je bijvoorbeeld niet beginnen met 4 verschillende kleuren of met een mixture van 2 kleuren? Voor de puzzelaars in sistematiek ligt hier een mooie taak!
Wel blijkt in de praktijk het aantal zetten ongeveer 7 à 8 te zijn. Of dit ook te beredeneren is, weet ik niet. Het tablo bevat trouwens maar 10 regels!
Een komputerprogramma schrijven voor dit spel zal een eenvoudiger taak zijn, omdat je in dat geval niet op de zuinigste manier hoeft te letten. Laat de komputer sistematisch alle 1296 gevallen afzoeken! Dat geeft echter geen informatie over het gemiddeld aantal zetten, dat je nodig hebt bij optimaal gebruik van alle gegeven informatie.

Het spel is nog te variëren door ook lege plaatsen in de kode toe te staan (bijvoorbeeld: rood, geel, ..., geel). Op deze wijze krijgt de kodemaker nog de beschikking over een ekstra kleur, zodat het aantal te maken kodes dan $7^4 = 2401$ is.

Om het spel te spelen heb je niet direkt het spel in deze vorm nodig, want een isomorf spel is bijvoorbeeld het volgende. De kodemaker (A) stelt een kode van 3 cijfers (0 tot en met 9) op, dat de kodebreker (B) moet raden. ($10^3 = 1000$ mogelijkheden)
Het voorbeeld maakt de bedoeling duidelijk:

B	A	kommentaar
011	○	'0' of '1' goed
122		'0' goed, '2' fout
303	○○	'3' en '0' goed, '3' op de tweede plaats, '0' achteraan
430	●●	'4' fout, verder sistematisch afwerken
530	●●	
630	●●	
730	●●●	

fig. 3

Zo is het spel te spelen zonder het materiaal van *Mastermind*. Het voordeel van de gekleurde pionnen lijkt dat het wat konkreter is. Je kunt bijvoorbeeld bepaalde kleuren, waarvan je zeker weet dat ze niet in de kode horen, even apart leggen.

* * *

Het spel schijnt oorspronkelijk uit mexico te komen en heet dan *Pico-Centro* of *Pica-Centro* – de aanwijzingen voor goede kleur (pica!) en voor goede plaats èn kleur (centro!). Reeds in *The Arithmetic Teacher* van mei 1972 wordt er over geschreven.[1])
Daarna wordt het gegeneraliseerd tot een woord-spel (het kan natuurlijk ook met letters) en het heet dan *Pick-a-word.*[2]) Het leuke is, dat er dan nog een nieuw element (taal) ingebracht kan worden door bijvoorbeeld af te spreken dat alleen vierletterige zelfstandige naamwoorden als kode mogen worden gebruikt.
Tenslotte kom ik het spel nog eens tegen met vier cijfers onder de vervaarlijke naam *Hit-Miss-Bull's eye.*[3])

Zoals reeds eerder gezegd ligt het nu overal te koop als *Mastermind* in de gekleurde pionnen-uitvoering (ca *f* 10,–), verpakt in een kartonnen doos. Vanaf het doosdeksel kijken ons aan: een achteroverleunende, hautain blikkende, geringbaarde man, keurig in het pak, gouden manchetknopen, de vingertoppen van beide handen elkaar licht beroerend, en op de achtergrond, ietwat over hem heengebogen, een oostaziatisch meisje, met een ondoorgrondelijke maar toch lieve blik. Beiden worden weerspiegeld in een tafelblad. *'Awarded Game of the year'* staat er ook nog op.
Wat betekent dit allemaal?

[1]) Aichele, D.B.: 'Pica-Centro', A Game of Logic.
[2]) Reed, D. : 'Pick-a-word', generalization of Pico-Centro (The Arithmetic Teacher, mei 1974).
[3]) Stewart, W. : Hit-Miss-Bull's eye (The Arithmetic Teacher, december 1974).

hé, jij daar!

EEN WISKUNDEPROJEKT VOOR HET VOORTGEZET ONDERWIJS OVER DE NADELEN VAN HET ROKEN

WIM SWEERS

In onderstaande bijdrage is een bepaald maatschappelijk standpunt ingenomen, vindt een zekere invulling naar waardemomenten plaats. We verwijzen in dit verband, voor wat de achterliggende problematiek betreft, naar pag. 222 en 223 van nummer 3/4, waar deze zaak in het interview met minister Van Kemenade aan de orde is gesteld.
Wellicht zijn er lezers die zich niet met deze invulling kunnen vereenzelvigen. Graag horen we uw reakties en – zo mogelijk – andere (betere) voorbeelden van invulling. In één van de volgende nummers zult u in ieder geval van de hand van Chrit Leenders en Bert Nijdam een meer open 'Hé, jij daar!'-versie tegemoet kunnen zien.

'Hé, jij daar', is de titel van een spesiale schoolkrant, die in het kader van de actie *Niet Roken '74* (uitgevoerd door de Stichting Koningin Wilhelmina Fonds) op scholen voor voortgezet onderwijs wordt verspreid.
Hierin worden door het verstrekken van relevante informatie leerlingen van het vo uitgenodigd het roken te staken, respektievelijk er niet aan te beginnen.
Verscheidene jongelui leggen immers tijdens deze schooljaren een basis voor hun rookgewoonte later en gezien de schadelijke gevolgen van het roken trachten veel docenten de rookneiging van de scholier af te remmen.
Een dergelijke informatiekrant wint aan betekenis als de docenten de uitreiking ervan begeleiden. Ook de wiskundedocent kan eraan meewerken, dat die informatie indringend overkomt. Aan de hand van de inhoud van de krant hebben wij enkele opdrachtkaarten geschreven, waarin de leerlingen gevraagd wordt:

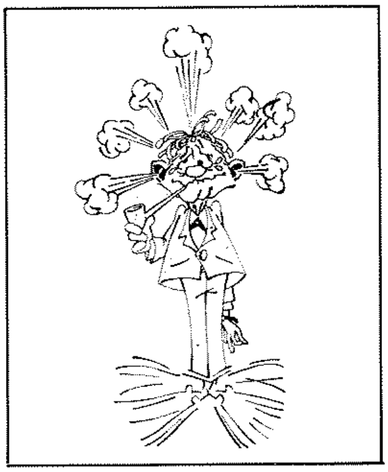
- grafisch aangeboden materiaal te interpreteren,
- zelf een andere vorm van grafische verwerking hiervoor te vinden,
- gedane beweringen zelf door middel van een steekproef te toetsen,
- de resultaten van deze steekproef grafisch weer te geven.

Op deze wijze willen wij een bijdrage leveren tot een stukje wiskundeonderwijs, waarbij de leerling aktief betrokken is en waarbij naast het wiskunde-aspekt ook (en hier vooral) meer algemene doelen (vormende, sociale en maatschappelijke), optimaal nagestreefd worden.

HÉ, JIJ DAAR!

OPDRACHTKAART 1

Van de mensen boven 15 jaar roken er heel wat.
Waarom eigenlijk?
In de reklames van tabaksfabrikanten kun je bijna dagelijks de voordelen van het roken lezen, zonder dat ze de bezwaren noemen!



ROKEN is lekker.

ROKEN geeft rust.

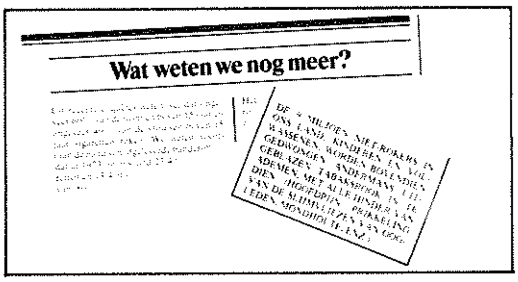
ROKEN is zo gezellig als je het samen met een stel mensen doet.

ROKEN maakt dat je makkelijker kontakten met anderen legt.

ROKEN heb je nodig om je houding te bepalen ('t staat flink!)

ROKEN ... er zullen vast nog wel meer voordelen te bedenken zijn.

- Onderzoek eens bij een groep mensen boven 15 jaar (van zoveel mogelijk leeftijdskategorieën):
  - of ze WEL of NIET ROKEN (doe dit voor mannen en vrouwen apart)
  - bij de rokers: WAAROM ZE ROKEN
  - bij de rokers: of ze WEL of NIET WILLEN STOPPEN MET ROKEN
  - bij de niet-rokers: of ze wel eens gerookt hebben en zo ja, waarom ze gestopt zijn.
- Maak met de hele klas een overzicht van je onderzoek.
- Geef de resultaten op een overzichtelijke manier grafisch weer.
- Wat zijn de konklusies van je onderzoek.
- Vergelijk jullie resultaten met de informatie uit de krant.



Wat weten we nog meer?

DE 4 MILJOEN NIET-ROKERS IN ONS LAND, KINDEREN EN VOLWASSENEN, WORDEN BOVENDIEN GEDWONGEN ANDERMANS UITGEBLAZEN TABAKSROOK IN TE ADEMEN, MET ALLE HINDER VANDIEN (HOOFDPIJN, PRIKKELING VAN DE SLIJMVLIEZEN VAN OGEN, MONDHOLTE ENZ.)

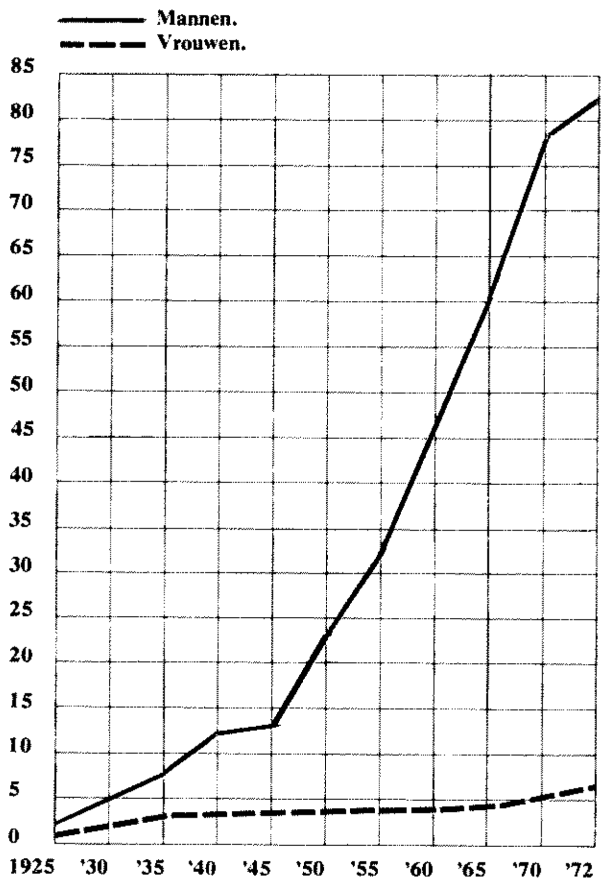
JIJ DAAR ... je hebt zelf gemerkt dat er nogal wat mensen roken.
Misschien heb je ook gemerkt dat velen proberen te stoppen met roken, *en dat lukt vaak niet.*

TOCH MOEST DIT JE AAN HET DENKEN ZETTEN ...

MAAR MISSCHIEN ROOK JE ZELF WEL ... OPDRACHTKAART 2a

MISSCHIEN ben je zelf al één van die vele miljoenen rokers. Dan weet je ook dat het roken van sigaretten al jaren als schadelijk voor de gezondheid wordt beschouwd. Reeds in de twintiger jaren werd longkanker vaker waargenomen dan in de jaren daarvoor. Daarbij bleef het niet en in de dertiger jaren kon men er niet meer omheen. Bij mannen steeg het aantal patiënten met longkanker zo opvallend, dat het onderzoek naar de verklaring daarvan op gang kwam.

Longkankersterfte per 100.000 inwoners per geslacht.



En men toonde aan, dat bepaalde bestanddelen van sigarettenrook (onder andere de teer) kankerverwekkende eigenschappen hadden.

En ook, dat de longkankerpatiënten over het algemeen sterke rokers waren.

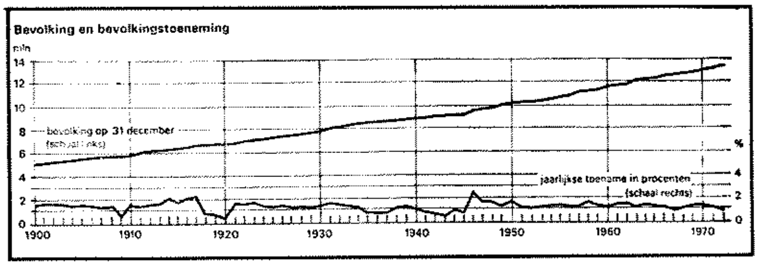
In bovenstaande grafiek zie je het beeld van de longkankersterfte per 100.000 inwoners per geslacht.

OPDRACHTKAART (2b)

Om een indruk van dit totaal te krijgen, gaan we deze aantallen vergelijken met het aantal verkeersslachtoffers van enkele jaren.

Verkeersslachtoffers, naar wijze van deelneming aan het verkeer

	1958	1963	1967	1968	1969	1970	1971
Gedood							
Voetgangers	439	506	601	589	597	609	556
Fietsers	375	403	507	507	532	512	549
Bromfietsers	299	417	560	538	578	540	601
Motor- en scooterrijders	183	111	117	92	76	85	95
Inzittenden van:							
personenauto	231	474	950	1070	1176	1322	1290
vrachtauto	46	79	92	81	94	82	59
autobus	4	2	5	3	1	1	1
Overige verkeersdeelnemers	27	15	30	27	21	30	16
Totaal aantal doden	1604	2007	2862	2907	3075	3181	3167



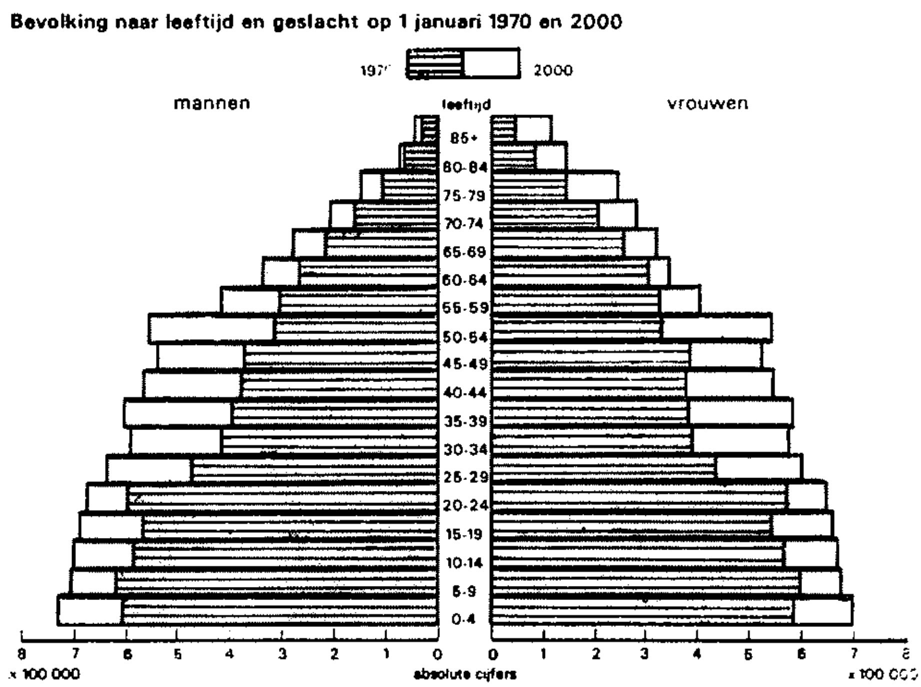
	totale bevolking op 31 december's
	mln
1829	2,6
1839	2,9
1849	3,1
1859	3,3
1869	3,6
1879	4,0
1889	4,5
1899	5,1
1909	5,9
1920	6,9
1930	7,9
1940	8,9
1945	9,3
1950	10,2
1960	11,6
1965	12,4
1967	12,7
1968	12,8
1969	13,0
1970	13,1
1971	13,3
1972	13,4

▶ Maak met behulp van de gegevens uit de tabel en de grafiek van de bevolking en die van de verkeersslachtoffers een lijngrafiek van het aantal verkeersslachtoffers per 100.000 inwoners in de jaren tussen 1958 en 1971.

▶ Vergelijk de beide lijngrafieken met elkaar.
Wat zijn je konklusies ten aanzien van de sterfte aan longkanker en aan de gevolgen van een verkeersongeval?

In opdrachtkaart (1) heb je een schatting gemaakt van het aantal rokers en het aantal niet-rokers in de leeftijdsgroep van 15 jaar en ouder.
In de grafiek van de longkankersterfte per 100.000 inwoners is ook de groep van 0 tot en met 14 jaar meegerekend.

OPDRACHTKAART 2c



In de bevolkingspiramide is te zien welk deel van de totale bevolking deze groep uitmaakt.

▶ Maak nu een nieuwe lijngrafiek, waarin je de longkankersterfte per 100.000 inwoners van 15 jaar en ouder in beeld brengt.

▶ Geeft deze laatste grafiek nu een juist beeld van het aantal sterfgevallen per 100.000 *rokende* inwoners van 15 jaar en ouder, als je weet dat van de mensen die aan longkanker overlijden ongeveer 96% roker was?

Als roken dan toch zo schadelijk is, waarom heeft de regering het roken dan nog niet verboden?

Ach, 't zal nog wel meevallen, je rookt gewoon filtersigaretten of shag, dat is veel veiliger.

OF MAAKT DAT NIETS UIT?

VIND JE SIGARETTEN MET FILTER VEILIGER DAN ZONDER?

OPDRACHTKAART (3)

Tegenwoordig weten sigarettenfabrikanten dat roken schadelijk is.

Daarom zijn zij sigaretten gaan vervaardigen met filters om zodoende de hoeveelheid teer en nikotine die je inademt te verlagen.

Tallozen roken nu filtersigaretten en veronderstellen dat ze zo minder risiko's lopen.

SIGARETTEN

merk	prijs per pakje (f)	aantal sigaretten per pakje	tabak-lengte in mm	aantal standaard trekken per sigaret	teer[2])	nicotine[3])
ALASKA menthol	1.50	20	70	7.6	•••	•••
ALASKA filter menthol	1.50	20	63	9.3	•	•
BELINDA filter	1.55	25	63	9.0	••	••
BELINDA filter menthol	1.55	25	63	8.8	••	•
CABALLERO	1.75	25	70	7.0	•••	•••
CABALLERO filter	1.75	25	65	8.9	••••	••••
CAMEL	1.75	25	70	7.9	••••	•••
CAMEL filter	1.75	25	65	9.7	•••	•••
CHESTERFIELD	1.50	20	70	7.3	••••	•••
GLADSTONE filter	1.75	25	66	9.5	•••	•••
GLADSTONE filter menthol	1.75	25	66	9.7	•••	••
GOLDEN AMERICAN filter	1.55	25	67 en 64[1])	8.1	•••	••
GOLDEN FICTION	1.65	20	71	7.8	•••••	•••••
KELLY HALVARET filter	1.75	25	65	9.7	•	•
LEX 25	1.55	25	70	8.1	••••	••••
LEXINGTON	1.75	25	70	8.1	••••	••••
LUCKY STRIKE	1.50	20	70	7.7	•••	••
MANTANO	1.55	25	70	7.3	•••	•••
MANTANO filter	1.55	25	66	9.4	••	••
MERCEDES filter	1.75	25	65 en 63[1])	8.8	•••	••
NORTH STATE	1.65	25	70	7.5	•••	••
PALL MALL export	1.75	25	85	10.0	•••••	••••
PALL MALL filter	1.75	25	65	9.0	•••	••
PETER STUYVESANT filter	1.75	25	68	9.1	•••	••
ROXY	1.75	20	70	8.4	•••	••
ROXY Special	1.75	25	70	8.5	••••	•••
ROXY DUAL filter	1.75	25	65	8.8	•	•
RUNNER	1.25	25	83	9.9	•••••	•••••
RUNNER filter	1.25	25	65	9.9	•••	•••
TIVOLI filter	1.55	25	65	10.1	•••	•••

[1]) Onze monsters hadden filters van tweeerlei lengte

[2]) minder dan 12 mg = •
12-16 mg = ••
16-20 mg = •••
20-24 mg = ••••
meer dan 24 mg = •••••

[3]) minder dan 1.0 mg = •
1.0 -1.25 mg = ••
1.25-1.5 mg = •••
1.5 -1.75 mg = ••••
meer dan 1.75 mg = •••••

Is het roken van sigaretten met filter beter voor je gezondheid dan zonder filter?

De konsumentenbond heeft eind 1972 het teer- en nikotinegehalte van sigaretten onderzocht.
Dit teer- en nikotinegehalte is aangegeven met stippen die de hoeveelheden per sigaret aangeven.
Hoe meer stippen, hoe alarmerender!

▶ Geef de resultaten van dit onderzoek op een andere manier grafisch weer.

▶ Wat is je konklusie: is het roken van filtersigaretten veiliger voor je gezondheid dan zonder filter?

OF DRAAI JE ALTIJD SJEKKIES?

SJEKKIES DRAAIEN ... OPDRACHTKAART ④

De een draait ze dik, de ander dun. De een draait ze vast, de ander los. Kortom: zoveel shagrokers, zoveel sjekkies.

Daarom vroeg de konsumentenbond aan twintig shagrokers er een aantal voor hen te draaien. Aan de hand van deze voorbeelden werden er van elk merk 140 sjekkies gedraaid en daarna door een machine gerookt. Deze machine nam elke minuut een konstante trek van twee sekonden, totdat er een peuk van 23 mm overbleef.
Het gemiddelde teer- en nikotinegehalte werd weer aangegeven met punten. Hoe meer punten, hoe alarmerender.

merk	fabrikant	prijs per pakje van 50 gram	aantal standaard trekken per sjekkie	teer[2])	nicotine[3])
AMERICAN BLEND	Douwe Egberts	1.15	8,6	●●●●●	●●●●
AMERICAN STAR	Niemeyer	1.45	9,3	●●●●● ●	●●●●
EVERGREEN MENTHOL	Douwe Egberts	1.45	10,2	●●●●●	●●
IBIS	Louis Dobbelmann	1 45	11,9	●●●●	●●●
MATROZEN SHAG	Van Rossem	1.45	10,8	●●●●	●
STERLING	Niemeyer	1.45	11,6	●●●●●	●●●●
WINNER	Douwe Egberts	1.45	9,6	●●●●●	●●●
ZILVER	Douwe Egberts	1 45	10.3	●●●●	●
CAPTAIN GRANT	Louis Dobbelmann	1.45	10,6	●●●●●	●●●●● ●●
COASTER	van Nelle	1.45	11.4	●●●●●	●●●●● ●●
DRUM	Douwe Egberts	1.45	10,1	●●●●● ●	●●●●● ●
IBIS	Louis Dobbelmann	1 45	10,8	●●●●● ●	●●●●● ●●
MATADOR	Niemeyer	1.45	11,1	●●●●● ●	●●●●● ●
VAN NELLE	van Nelle	1.45	11,1	●●●●●	●●●●● ●●
R75	Gruno	1.45	9,6	●●●●● ●	●●●●● ●●
SAMSON	Niemeyer	1.45	12,3	●●●●● ●	●●●●●
TWIN SPECIAAL	Gruno	1 45	11,6	●●●●●	●●●●●
UNIC	Van den Biggelaar	1.45	11,0	●●●●● ●	●●●●● ●●●
BRANDARiS	Douwe Egberts	1.45	9.9	●●●●● ●	●●●●● ●●●●
DRAGON	Gruno	1 45	10,2	●●●●● ●	●●●●● ●●●●
HERCULES	Niemeyer	1.45	10,9	●●●●● ●●	●●●●● ●●●●
JAVAANSE JONGENS	Niemeyer	1.15	9,7	●●●●● ●	●●●●● ●●●
JUDO[1])	Van den Biggelaar	1.45	11,1	●●●●● ●	●●●●● ●●●●
VAN NELLE	Van Nelle	1.55	11,7	●●●●●	●●●●● ●●●●
SAMSON	Niemeyer	1.45	10,7	●●●●● ●●	●●●●● ●●●●

[1]) „drie-kwart shag"
[2]) minder dan 20 mg = ●●●
20-24 mg = ●●●●
24-28 mg = ●●●●●
28-32 mg = ●●●●● ●
meer dan 32 mg = ●●●●● ●●

[3]) minder dan 1,0 mg = ●
1,0-1,25 mg = ●●
1,25-1,50 mg = ●●●
1,50-1,75 mg = ●●●●
1,75-2,00 mg = ●●●●●
2,00-2,25 mg = ●●●●● ●
2,25-2,50 mg = ●●●●● ●●
2,50-2,75 mg = ●●●●● ●●●
meer dan 2,75 mg = ●●●●● ●●●●

▶ Geef ook de resultaten van dit onderzoek op een andere manier grafisch weer.

▶ Zet eronder wat je konklusies zijn:
– over het verschil in de hoeveelheid teer in lichte, halfzware en zware shag,
– over het verschil in de hoeveelheid nikotine in deze 3 soorten.

▶ Vergelijk de uitkomsten van je onderzoek met die van het sigarettenonderzoek. Wat vind je? Kun je beter sjekkies draaien dan een gewone sigaret opsteken? Waarom?

. . . .

▶ *Probeer nu de resultaten van je onderzoek ten aanzien van het roken uit de opdrachtkaarten ①, ②, ③ en ④ zo beknopt mogelijk samen te vatten.*

▶ *Geef tenslotte jouw mening over het roken.*

rond talstelsels

MATEMATISCH-DIDAKTISCHE VERKENNING ROND TALSTELSELS

EDU WIJDEVELD

▶ **VOM KINDE HINAUS**

Ieder pedagogiekboek dat zichzelf respekteert, vermeldt in een of andere vorm dat de opvoeder zich moet kunnen (c.q. leren) verplaatsen in de wereld van het kind.
Voor de didaktiek in het bizonder is de betekenis daarvan, dat we ons bij de presentatie van leerstof moeten trachten in te leven in de problemen die de kinderen waarschijnlijk zullen ervaren. Hòe je zo'n gedachteneksperiment moet uitvoeren, wordt er echter zelden bij vermeld. Dat (eigen) herinnering, gevoel voor kinderen, intuïtie, ervaring, etc., hierbij een belangrijke rol spelen, is evident.

In de heroriënteringskursussen trachten we de onderwijzer ten aanzien van het betrokken onderwerp zoveel mogelijk met dit inlevingsprobleem te konfronteren; onder meer gebeurt dit door de onderwijzer op eigen nivo voor problemen te stellen, waarvan we verwachten dat de leerlingen ze op hùn nivo, vergelijkbaar, zullen ontmoeten.
Dit levert de ons inziens noodzakelijke ervaring op om de (nieuwe) leerstof op aangepaste wijze te kunnen presenteren.
Noodzakelijk; zeker niet voldoende!
De intuïtie immers, om in de praktische onderwijssituatie op het juiste moment aan te sluiten bij (onzichtbare) leerlingenervaringen, kan wiskobas er niet bijleveren.
Bij de 'vertaling' van ervaringen op eigen nivo, naar die op leerlingennivo, moet de onderwijzer (bewust) afstand nemen van de eigen achtergrondkennis die onvermijdelijk meespeelde toen hij zèlf de problemen oploste.
Voorbeeld: hoewel met het 'spijkerbord' voor velen een geheel nieuw leermiddel werd aangedragen, boden vroegere ervaringen met koördinaten, rechthoeken, oppervlakte, etc., een duidelijke steun bij het oplossen van de 'spijkersommen'.
De leerling mist die achtergrond veelal; de uitgangssituatie ligt voor de onderwijzer anders dan voor de leerling.
Hoe verder dus het betrokken leerstofgebied verwijderd is van deze eigen achtergrondkennis, des te makkelijker zou eerdergenoemde 'vertaling' moeten verlopen, is een voor de hand liggende konklusie. Misschien! [1]) Er bestaat namelijk binnen de heroriënteringskursus een onderwerp, waarvan een aantal problemen op onderwijzersnivo, vrijwel analoog geacht kunnen worden aan problemen die leerlingen ervaren op hùn nivo.

---

[1]) Overigens: een voorsprong van ten minste 10 jaar levenservaring en intellektuele vorming, laat zich natuurlijk nooit weg-redeneren; gelukkig!

En in schijnbare tegenstelling tot het voorgaande, ligt dit onderwerp n.b. binnen het bekendste deelgebied der wiskunde, de getallenwereld.
We bedoelen: *talstelsels.*
Zoals de ervaring (en intuïtie) uitwijst kan de onderwijzer zich (bij het doorwerken van de opdrachten) vrijwel letterlijk verplaatsen in de gedachtenwereld van 5- à 6-jarige leerlingen, die op basis van het kunnen tellen, elementaire bewerkingen als optellen en vermenigvuldigen moeten aanleren.

Kàn...!
Onze eigen achtergrondkennis ten aanzien van de tientallige getallenwereld speelt nu namelijk een verraderlijke dubbelrol:
- passen we die kennis toe om de geboden (nieuwe) problemen te lijf te gaan, dan torpederen we onze verjongingskuur vrijwel volledig (en helaas, dit gebeurt maar al te vaak bij het onderhavige onderwerp);
- proberen we echter doelbewust van die kennis afstand te doen, dan kan het beloofde perspektief niet uitblijven; sterker nog, we krijgen het zelfs moeilijker dan de zesjarige, die meer blanko tegenover de situatie staat.

Deze laatste benadering willen we hieronder dan ook aangrijpen, om z'n rijke (psycho-) didaktische output.
Ter herinnering echter beginnen we met de eerste benadering, die we de *'matematische'* zullen noemen, om hem te onderscheiden van de tweede: de *'didaktische'*.

* * *

▶DE 'MATEMATISCHE' BENADERING

* In de positionele schrijfwijze wordt de waarde van een getal bepaald door de som van de plaatswaarden der cijfers.

10-tallig: $6235_{(10)} = 6.10^3+2.10^2+3.10^1+5.10^0$ $(10^0=1)$

7-tallig: $6235_{(7)} = 6.7^3+2.7^2+3.7^1+5.7^0$ $(7^0=1)$

4-tallig: in dit stelsel bestaat het getal 6235 niet, omdat we slechts beschikken over de cijfers 0, 1, 2, 3.[1])

* Willen we van het 7-tallig getal $6235_{(7)}$ de 10-tallige schrijfwijze bepalen, dan rekenen we als volgt:

$$\begin{array}{lcl}
6\cdot 7^3 = 6\cdot 343 & = & 2058\\
2\cdot 7^2 = 2\cdot 49 & = & 98\\
3\cdot 7^1 = 3\cdot 7 & = & 21\\
\underline{5\cdot 7^0} = 5\cdot 1 & = & \underline{5}\\
6235_{(7)} & & 2182_{(10)}
\end{array}$$

[1]) We spreken hier duidelijk in de (10-tallige) metataal over het '7'-tallig, respektievelijk '4'-tallig stelsel.

* Andersom: schrijf $3965_{(10)}$, 8-tallig!
We kunnen twee metoden volgen:

ⓐ *Van voor naar achter*
Bepaal eerst de hoogste macht van 8 waardoor $3965_{(10)}$ nog deelbaar is. Dit blijkt $8^3 = 512$, te zijn.
Voer nu de volgende delingsalgoritme uit:

$$\begin{array}{r}
(8^3=)\ 512/3965_{10}\backslash\ \underline{\underline{7575}}_8\\
\underline{3584}\ -\\
(8^2=)\ 64/381\backslash\\
\underline{320}\ -\\
(8^1=)\ 8/61\backslash\\
\underline{56}\ -\\
(8^0)=1/5\backslash\\
\underline{5}\ -\\
0
\end{array}$$

Idem: Schrijf $9704_{(10)}$, 6-tallig!

$$\begin{array}{r}
(6^5)=7776/9704_{(10)}\backslash\ \underline{\underline{112532}}_{(6)}\\
\underline{7776}\ -\\
(6^4=)\ 1296/1928\backslash\\
\underline{1296}\ -\\
(6^3=)\ 216/632\backslash\\
\underline{432}\ -\\
(6^2=)\ 36/200\backslash\\
\underline{180}\ -\\
(6^1=)\ 6/20\backslash\\
\underline{18}\ -\\
(6^0=)\ 1/2\backslash\\
\underline{2}\ -\\
0
\end{array}$$

ⓑ *Van achter naar voren*
Het voordeel van deze metode is dat we niet eerst de hoogste macht van het betrokken grondtal hoeven op te zoeken, waardoor het getal nog deelbaar is.

Dezelfde voorbeelden als onderⓐ:

$$\left.\begin{array}{r}
3965 : 8 = 495 \text{ rest } 5\\
495 : 8 = 61 \text{ rest } 7\\
61 : 8 = 7 \text{ rest } 5\\
7 : 8 = 0 \text{ rest } 7
\end{array}\right] \Rightarrow 3965_{(10)} = 7575_{(8)}.$$

In een algoritme:

$$\left.\begin{array}{lrl}
 & 9704 & \\
:6 & \overline{1617} & +2\\
:6 & \overline{269} & +3\\
:6 & \overline{44} & +5\\
:6 & \overline{7} & +2\\
:6 & \overline{1} & +1\\
:6 & \overline{0} & +1
\end{array}\right] \Rightarrow 9704_{(10)} = 112532_{(6)}.$$

* In verschillende talstelsels kunnen we uiteraard rekenkundige bewerkingen uitvoeren.

ⓐ Optellen:

$$\begin{array}{rrrrr} & 3 & 1 & 4 & 5_{(9)} \\ & 7 & 6 & 3 & 0_{(9)} + \\ \hline [\,10 & & 7 & 7 & 5\,] \\ 1 & 1 & 7 & 7 & 5_{(9)} \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrr} & 4 & 5 & 1 & 3_{(6)} \\ & 2 & 4 & 0 & 5_{(6)} + \\ \hline & [\,6 & 9 & 1 & 8\,] \\ 1 & 1 & 3 & 2 & 2_{(6)} \end{array}$$

ⓑ Aftrekken:

$$\begin{array}{rrrr} 2 & 7 & 5 & 3_{(8)} \\ 1 & 4 & 6 & 6_{(8)} \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{rrrr} 2 & 7 & 4 & [11] \\ 1 & 4 & 6 & 6 \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & 3 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{rrrr} 2 & 6 & [12] & [11] \\ 1 & 4 & 6 & 6 \\ \hline 1 & 2 & 6 & 5_{(8)} \\ \hline\hline \end{array}$$

Ga na:

$$\begin{array}{rrrrr} 1 & 4 & 5 & 2 & 0_{(7)} \\ & 5 & 6 & 4 & 3_{(7)} \\ \hline & 5 & 5 & 4 & 4_{(7)} \end{array}$$

ⓒ Vermenigvuldigen:

$$\begin{array}{rrrr} & & & 37_{(8)} \\ & & & 62_{(8)} \\ \hline & & 6 & [14] \\ & [18] & [42] & \\ \hline & [18] & [48] & [14] \\ & [18] & [49] & 6 \downarrow \\ & [24] & 1 & 6 \downarrow \\ 3 & 0 & 1 & 6_{(8)} \downarrow \end{array}$$

Ga na:

$$\begin{array}{rrrrrr} & & & & & 425_{(6)} \\ & & & & & 425_{(6)} \\ \hline & & & [20] & [10] & [25] \\ & & [\ 8] & 4 & [10] & \cdot \\ & [16] & [\ 8] & [20] & \cdot & \cdot \\ \hline & [16] & [16] & [44] & [20] & [25] \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

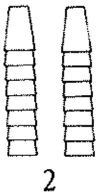
Dus $425_{(6)} = 320001_{(6)}$.

▶ DE 'DIDAKTISCHE' BENADERING

* Uit het voorgaande is nogmaals duidelijk geworden waarom we spraken over *'matematische'* benadering: in het ons vreemde gebied van de talstelsels ≠ 10, hebben we voortdurend gebruik gemaakt van onze kennis van het positionele 10-tallig stelsel. Laten we ons nu eens verplaatsen in de denkwereld van het 5- à 6-jarig schoolkind. Behoudens enige kennis van de telrij, beschikt het nauwelijks over inzicht en/of vaardigheid in ons 10-tallig, positioneel talstelsel.

Om dit 'verplaatsen' nu zo kongruent mogelijk te maken, gaan we de ontwikkelingsgang met betrekking tot dit kind, bijvoorbeeld 8-tallig, nà-denken.
(Uw protest dat 8-tallig 'zo onnatuurlijk' is, verklaren we niet ontvankelijk: voor een kind van 5 à 6 jaar is er ook niets 'natuurlijks' aan de 10-tallige benadering. Het bekende – historisch terechte – argument van de 10 vingers als uitgangspunt voor het 10-tallig stelsel, is voor het kind-van-nù evenmin valide; integendeel, wij léren het met de vingers te tellen!)
In onze *'didaktische'* benadering moeten we dus bewust (proberen) onze kennis van het 10-tallig stelsel terzijde te schuiven. Het feit dat dit niet meevalt – alles is zo 'gek' – geeft nu juist die ekstra dimensie aan die 'verplaatsing', die hem zo reëel maakt in onze ogen.

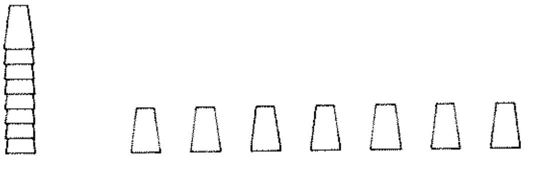
* We beginnen met een citaat uit de rubriek *'Basje, een jonge onderzoeker'.*[1])
In het verhaal leert vader aan Basje te rekenen in andere talstelsels met behulp van plastic bekertjes.
Zo wordt bijv. in het *'8-spel'* het getal 20 als volgt aangegeven:



2 0

fig. 1

En $20_{(8)} - 1_{(8)}$ wordt vervolgens $17_{(8)}$:



1 7

fig. 2

Dan zegt vader:

> 'Als je maar niet zegt dat twintig min één zeventien is. Want als je 't achtspel speelt geldt 'twee nul' verminderd met 'een' is 'een, zeven'.'

Even later wordt het *'3-spel'* gespeeld:

[1]) Wiskobas-bulletin, jaargang 2 nr. 3, pag. 749 e.v.

1 0

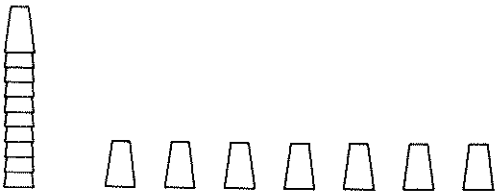
fig. 3

'Vader: Goed: een, nul.

Basje : 't Lijkt wel een voetbaluitslag.

Vader: Als je 't maar uit je hoofd laat om tien te zeggen.'

Weer even later 't *'10-spel'.*



1 7

fig. 4

'Basje : Verhip, nu krijg ik wèl zeventien.

Vader: Je hebt eigenlijk genoteerd 'een, zeven', maar alleen als je 't tienspel speelt mag je er zeventien tegen zeggen.

Basje : Dus ik heb op school steeds 't tienspel gespeeld, zonder dat ik het wist.

Vader: Precies, gewoonlijk noteren we de getallen volgens 't tienspel of, anders gezegd, in 't tientallig stelsel en we zeggen dan tegen 'een, zeven' zeventien en tegen 'twee, een' eenentwintig.

Basje : En 'een, nul, nul' noemen we honderd.

Vader: Juist maar denk er om: alleen bij 't tienspel.'

Het komt er dus op neer dat vader Basje verbiedt om het simbool 10 met 'tien' aan te spreken, anders dan in het 10-tallig stelsel. Idem 100 en 'honderd', etc. Waarom?

Laten we eens kijken. Wat betekent het simbool '10'?
Wel, in ons 10-tallig stelsel kennen we de cijfer- of getalsimbolen 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Om de telrij nu door te zetten, gaan we deze simbolen opnieuw gebruiken.[1])
Om ze te onderscheiden van de bovengenoemde simbolen, zetten we er echter een 1 voor, wat zoveel zeggen wil als:
'we beginnen voor het eerst opnieuw':
10, 11, 12, 13, ..., 19.
Na 19, beginnen we met dezelfde simbolen 0, ... 9, voor de tweede maal opnieuw:
20, 21, 22, 23, ..., 29, enz., enz.
Na 9 maal opnieuw begonnen te zijn:
90, 91, 92, 93, ..., 99,
gaan we – uiteraard – voor de 'tiende' maal verder.
Door onze aktie om aan de simboolrij 0, ..., 9, nieuwe elementen toe te voegen: 10, 11, ... enz., is dit geen probleem meer:
100, 101, 102, ..., 109.
Evenzo na 999: 1000, enz., enz.
Kortom, met de simbolen 0, 1, 2, 3, ..., 9, in de hand, zijn we in staat de telrij eindeloos voort te zetten door de konstruktie van 10: 'tien'.
De 'tien' neemt dus wel een zeer bizondere plaats in.

Is nu deze '10' het unieke bezit van het 10-tallig stelsel (het '10-spel', bij Basje)?
Neen!
Ook in het '8-spel' kunnen we dezelfde konstruktie toepassen om vanuit de daar gegeven acht simbolen: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, nieuwe toe te voegen.
Na 0, 1, ..., 7, krijgen we weer 10, om aan te geven dat we de eerste keer opnieuw beginnen.
Mogen we dit simbool ook 'tien' noemen?
Nee, zegt vader tegen Basje. De naam 'tien' is gereserveerd voor het 10-tallig stelsel.
Maar dat is o.i. een – begrijpelijke – vergissing, die te maken heeft met datzelfde 'afstand nemen' vàn dat 10-tallig stelsel.
Als we het '8-spel' spelen en we blijven vanuit ons 10-tallig stelsel denken, dan weten we dat na 0, 1, 2, ..., 7, de 10 in feite ònze 'acht' voorstelt. Evenzo 11, ònze 'negen' en pas 12 ònze 'tien'.
Vandaar dat Basje geen 'tien' tegen 10 in het '8-spel' mag zeggen.
Maar waarom mag hij dan wel 'nul' 'een', 'twee', 'drie', ..., 'zeven' tegen 0, 1, 2, 3 zeggen, die immers óók in *onze* telwereld voorkomen.

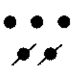
* Laten we ons 10-tallig stelsel nu (vrijwel) geheel buiten beschouwing – de 'didaktische' benadering – en verplaatsen we ons volledig in bijvoorbeeld *een acht-tallige* (sprookjes-)*wereld*, dan werken we met ...

[1]) Een geniaal idee; zie *'Wiskunst'* van Ed de Moor in wiskobas-bulletin, jaargang 3 nr. 3.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,
20, 21, ... 27,
.
.
100,101, 107,
enz., enz.

Sterker nog, we zouden niet eens meer over een 'acht-tallig' stelsel mogen praten. Wat is 'acht'? 'Acht' is 'tien'!
(In onze sprookjeswereld hebben de mensen per slot vier vingers aan elke hand.)
We werken dus (!) in het tientallig stelsel... .[1])
En net als de jong(st)e kinderen leren we de namen van de tel-simbolen: *nul, een, twee, drie, vier, vijf, zes, zeven, tien, elf, twaalf, dertien,... .*
En met die simbolen krijgen we onze eerste rekenlessen:

$\Rightarrow 3 + 2 = 5$



$\Rightarrow 5 - 2 = 3$

Dan een 'spannend' moment: we gaan 'over de 10 heen' rekenen.
En wil de lezer deze 'spanning' meebeleven, dan moet hij nu mee-rekenen met de juf,... als leerling!!

Dus:

$\Rightarrow 5 + 4 = \ldots\ldots$

5 4

(Denk er dus om: 'tien' komt na de 'zeven'!)
Juf op school leert de kinderen deze optelling als volgt:

$5 + 4 =$
'eerst doe je er 3 bij, dan krijg je 10:
$5 + 3 = 10$;
nu moet er nog 1 bij en dan krijg je 11.
Dus $5 + 4 = 11$!'

---

[1]) Merk op dat een opdracht als $3_{(8)} + 6_{(8)} = \ldots\ldots$, alléén in een (gematematiseerde) wereld dat een talstelsel $\geqslant 8$ kent, te formuleren is. In een wereld met een talstelsel waarvan de elementaire telrij 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, is — let op de formulering! — kent men het 'krulletje' 8 niet eens als getalsimbool.

Lastig? Ja, natuurlijk lastig. 't Irriteert ons zelfs om 't zo te doen. Veel makkelijker is immers de 'matematische' benadering:

$5 + 4 = 9$;
$9 = (8) + 1 \Rightarrow 5 + 4 = 11$ in 't '8-spel'.

Maar weet een 5- à 6-jarig kind dit ook? En u wilt zich toch in zijn denkwereld verplaatsen? Nou, dan!

Nog een keer:

$13 - 6 =$
'eerst doe je er drie af, dan krijg je 10:
$13 - 3 = 10$;
nu moet er nog 3 af en dan krijg je ......
eh, ..., eh, ... 10, 7, 6, 5......'
$10 - 3 = 5$.

Repeteert u even mee ......:

$4 + 4 =$	$11 - 5 =$
$5 + 3 =$	$16 - 7 =$
$6 + 5 =$	$10 - 4 =$
$2 + 7 =$	$12 - 6 =$

(Per slot zet u de kindertjes ook grote hoeveelheden van deze sommetjes voor!)

* Tegen 't einde van de eerste klas wordt 't allemaal nog veel 'moeilijker':

$13 + 15 =$
Wel: $13 + 10 = 23$,
$23 + 5 = 30$.

(U 'beschikt' nu immers over de opteltafels; $3 + 5 = 10$ is dus (!) een automatisme geworden, niet waar.)

En dan:

$41 - 16 = \ldots$
$41 - 10 = 31$
$31 - 6 = 23$

(En laat ik niet merken dat u stiekem spiekt in 't tientallig stelsel: het rekenen tot 20 dient u per slot te beheersen, net als onze eerste-klassertjes ...)

Dan de tweede klas:

$37 + 53 =$
$30 + 50 = 100$
$37 + 50 = 107$
$107 + 3 = 112$

$123 - 66 = \ldots\ldots$
Moeilijk hoor.
Eerst maar eens proberen $120 - 60$ ......
Gewoon, $12 - 6 = 4$, da's makkelijk.
Dan die 0 er weer achter: $120 - 60 = 40$.
Dan $123 - 60 = 43$.
Nu nog 6 er af: $43 - 6 = \ldots\ldots$
Nou $13 - 6 = 5$, dat weet je. Dus $43 - 6 = \ldots\ldots$?
Juist, $43 - 6 = 35$.
Hè, hè; $123 - 66 = 35$!

NB: Als u een 'vlotte' leerling bent, maakt u natuurlijk gebruik van geleerde eigenschappen:

123 − 66 =	of	123 − 66 =
120 − 63 =		125 − 70 =
120 − 60 − 3 =		120 − 70 + 5 =
40 − 3 =		30 + 5 =
35		35

Herkende u iets?

De laatste twee voorbeelden kunnen we natuurlijk ook wel met het 'onder-elkaar'-algoritme uitvoeren:

$$\begin{array}{r} 37 \\ \underline{53} \\ 112 \end{array} +$$

'3 + 7 = 12; 2 opschrijven, 1 onthouden
1 + 5 + 3 = 6 + 3 = 11.'

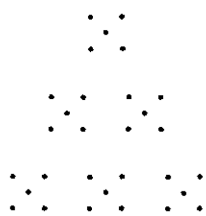
$$\begin{array}{r} 123 \\ \underline{66} \\ 35 \end{array} -$$

'3 − 6 gaat niet; 1 lenen van de 2, dat wordt dan 13 − 6 = 5;
1 − 6 gaat weer niet; 1 lenen van de 1 dat geeft 11 − 6 = 3. Klaar.'

Even kontroleren door optellen:

'5 + 6 = 13; 3 opschrijven, 1 onthouden
1 + 3 + 6 = 12. Klopt!'

* We gaan *de tafels van vermenigvuldiging* leren.
Eerst inzichtelijk, uiteraard, en dan pas automatiseren.
Voorbeeld: de tafel van 5. (die is lekker makkelijk, niet waar ...?!)



1x5 = 5

2x5 = 5+3=10; 10+2=12

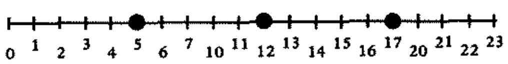
3x5 = 12+5=17

4x5 = 17+5=20+4=24

Kontroleert u even:

1 x 5 = 5
2 x 5 = 12
3 x 5 = 17
4 x 5 = 24
5 x 5 = 31
6 x 5 = 36
7 x 5 = 43
8 x 5 = 50
9 x 5 = 55
10 x 5 = 62

Zo, dat is dat.
En als 't nog niet geheel lukt, roept u dan de getallenlijn maar te hulp:



Leert u het nu nog even van buiten ...?!

Kennelijk is die tafel van 5 helemaal niet 'makkelijk'.
Nee, klopt, we werden weer even gehinderd door onze 10-tallige achtergrond.
(Welke tafel is dan wèl lekker makkelijk in ons '8-spel'?)

Als u nu voor uzelf nog eens de tafel van bijvoorbeeld 6 produseert — nogmaals, zonder 10-tallige steun — dan zult u merken dat er al enige oefening ontstaat, zodat 6 + 6 = 14 er al vlotter uitkomt. Heeft u dat stadium nog niet bereikt — per slot leert (memoriseert) niet elk 'kind' even vlot — ga dan even door.
Dàn pas heeft u letterlijk iets ervaren van het denkproces en de ervaringswereld waar voor wij onze leerlingen van 5 à 6 jaar óók plaatsen.

* Tot nu toe was de zaak eigenlijk 'te' eenvoudig.
U heeft uw best gedaan om niet 10-tallig te rekenen. Maar toch, u kènt de simbolen 0, 1, 2, ..., 7, 10,... al zo lang. Dat valt niet weg te redeneren in 't ná-denken van het kinderlijk leerproces.

Daarom een ekstraatje: we gaan het *'12-spel'* spelen.
We beschikken over de telrij

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ... ja, wat nu?

Bij 'òns' komt nu 10, ten teken dat we opnieuw beginnen.
Maar in het '12-spel' beginnen we helemaal niet opnieuw, zodat we 10 en 11 (nog) niet mògen gebruiken. We hebben dus nog twee andere simbolen nodig.
Wat te doen?
Gewoon, we màken er twee bij:

0, 1, 2, ..., 9, ↓, ↑,

respektievelijk uitgesproken als
↓ 'wis' en ↑ 'ko'.
Pas daarna volgt 10.

Daar gaan we weer:

6 + 3 = 9   5 + 5 = ↓   8 + 3 = ↑   6 + 6 = 10.

Dan bijvoorbeeld: 7 + 9.
We tellen gewoon door vanaf zeven:

acht,	negen,	wis,	ko,	tien,	elf,	twaalf,	dertien,	veertien.
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)

Dus 7 + 9 = 14.

Wéér lastig, nietwaar? Je moet zo in de gaten houden of je er al negen gehad hebt. Inderdaad....., een bekend probleem bij onze leerlingen!
Handiger is dan ook zo gauw mogelijk te leren dat
7 + 5 = 10,

zodat 7 + 9 = 7 + 5 + 4 = 10 + 4 = 14!

8 + 8 = ...	ʔ + 7 =	ɭ + ʔ = ...
8 + 4 = 10	ʔ + 1 = 10	ɭ + 2 = 10
10 + 4 = 14.	10 + 6 = 16.	ʔ − 2 = 9
		10 + 9 = 19.

9 − 7 = 2
ɭ − 5 (= 9 − 4) = 5
ʔ − 8 (= ɭ − 7 = 9 − 6) = 3.

We vallen van armoede terug op iets meer bekends; dus toch: *achtergrondkennis!*

13 + 8 = ...	1ɭ + 2ʔ = ...
3 + 8 = ʔ	('wis-tien' + 'ko-en-twintig')
10 + ʔ = 1ʔ.	ɭ + ʔ = (9 + 1 + 9 + 2 =) 19
	1ɭ + 2ʔ = 49.

In de volgende 'tafels' zit een fout.
Korrigeert u even... !

5 x ɭ = 42	ʔ x ɭ = 92
6 x 7 = 36	ʔ x ʔ = ɭ2.

U heeft 't gemerkt: de laatste opdracht was zonder matematische kennis van het 10-tallig stelsel al nauwelijks meer oplosbaar.[1])
En 't zou ons ook inderdaad te ver voeren. Onze doelstelling was om u in reële zin iets te laten gewaarworden van de problematiek waarvoor het jonge kind gesteld wordt op de basisschool. Hopelijk werpt het iets meer licht op de achtergrond van pietje van zeven jaar, die tot nu toe tevergeefs probeerde de tafels uit z'n hoofd te leren. Dàt 'ie ze moet leren is evident.
Maar zeg nou zelf: òns 9 x ɭ = 76, is dat niet vergelijkbaar met zìjn 9 x 8 = 72?

* * *

▶NASCHRIFT

In en door het voorgaande heeft u mede iets kunnen ervaren van 't 'taalaspekt' van de wiskunde. U heeft min of meer moeite gehad met gesimboliseerde uitdrukkingen als

7 x 6 = 52 (8-spel)
en 1ɭ + 9 = 27 (12-spel)

In de loop van het verhaal bent u wellicht iets kwijt geraakt van het 'vreemde' van deze (simbolen-)taal. U begon er wat aan te wennen, u kon al enkele eenvoudige bewerkingen in deze taal uitvoeren:

'6 + 5 : 'zeven, tien, elf, twaalf, dertien'
⇒ 6 + 5 = 13.'

Maar u beheerste de taal in de verste verte nog niet voldoende om bijvoorbeeld de tafels vlot te kunnen opzeggen in het 8-tallig stelsel.

Een belangrijk didaktisch gegeven, dat zich op de heroriënteringskursussen voortdurend demonstreert, vooral bij 'vreemde' onderwerpen als talstelsels, 't stadsplan, 't spijkerbord, sproeteldam, enz.
Voordat men er aan toe is op matematisch nivo sistematisch een probleem uit 't betrokken gebied op te lossen, dient men eerst de tááI van dat gebied voldoende te beheersen. (En dat betekent nog iets meer dan 't kennen van de simbolen...!)
Zonder taalbeheersing, onder meer opgedaan in een oriëntatiefase, is het onmogelijk gegevens in die taal sistematisch te ordenen en te verwerken.
Vandaar ook dat men eerst met (bijvoorbeeld) MAB-materiaal of plastic bekertjes gespeeld *moet* hebben, alvorens men met – of zonder! – potlood en papier in andere talstelsels vlot kan rekenen.
Vandaar ook dat men eerst met een konkreet spijkerbord en elastiekjes gemanipuleerd moet hebben, om op roosterpapier 'spijkerprobleempjes' te kunnen verwerken.

Vandaar ook dat leerlingen soms zo moeizaam hun weg vinden in het gebied van getallen, breuken, procenten, verhoudingen, enz., enz. De konkrete oriënteringsfase waarin zij de taal van het nieuwe gebied moeten leren spreken en zich in die denkwereld moeten leren verplaatsen, is nog te kort.
En zelf trachten ze dit aan te vullen door onder de bank op hun vingers te tellen, door als maar weer pannekoeken te tekenen, zelfs bij de eenvoudigste breuken-sommetjes.
Als ze daartoe ten minste in staat zijn...!
Want waarop moeten ze terug vallen bij opgaven als

'$4\frac{3}{4}$% van *f* 516,–',

als slechts korte tijd aandacht is besteed aan het waaróm van de procenten, en al gauw de procentrekening teruggevoerd wordt tot het bekende rijtje 100% = 'alles', 50% = $\frac{1}{2}$, 25% = $\frac{1}{4}$, enz.?
Ze begrijpen domweg niet waar die procententaal vandaan komt; 't zègt ze nog niets. Hooguit kunnen ze 't rijtje uit hun hoofd leren en door veelvuldig 'oefenen' een onbegrepen techniek toepassen.
Moeten we wellicht nog iets toevoegen aan het wijzen op de noodzaak om in een oriënteringsfase de 'taal' van het betrokken gebied te leren spreken?
Kan het iets te maken hebben met het überhaupt (nog) niet in staat zijn om die nieuwe taal te (leren) spreken?
Maar nu betreden we het terrein van de leerpsycho-didaktiek, mogelijk iets voor een volgende aflevering van het ɭ-ʔ-bas-bulletin.

---

[1]) Het kàn nog wel:
ʔ x ɭ = (10−1) x ɭ = ɭ0 − ɭ = 92.

KANTTEKENINGEN BIJ 'ROND TALSTELSELS'

Er bestaan bij het aanduiden van een hoeveelheid associaties tussen aantal, woord *(gesproken -klank-, en geschreven) en* teken *(cijfernotatie).*

Bijvoorbeeld: ⁙ — *'vijf'* — *5*

⁙ ⁙ — *'tien'* — *10.*

Hoe die woorden (klanken) zijn, is niet belangrijk, mits ze voldoen aan de eis dat bij twee verschillende aantallen ook verschillende woorden (klanken) behoren.

Nu is het bij het onderwijs altijd zo, dat we een ander (dan het tientallige) talstelsel introduseren op een moment dat het kind al vele aantal-klank associaties (en waarschijnlijk al vele aantal-woord-teken associaties) kent.

Er is niet aan te ontkomen, dat we bij het gebruik van een ander talstelsel vele aantallen op een andere wijze noteren dan in het tientallige stelsel.

⁙ ⁙

wordt bijvoorbeeld in het achttallige stelsel genoteerd als 12.

Maar hoe zit het nu met het woord dat je daaraan koppelt? Je kunt natuurlijk afspreken, dat je de in ons stelsel bestaande associaties tussen teken (cijfernotatie) en woord handhaaft en dan zeg je met Edu Wijdeveld tegen 12 (achttallig): 'twaalf'.

Didaktisch lijkt me dat niet aan te bevelen, omdat ik de verbinding woord *(vooral klank)* — aantal *belangrijker acht. Deze aantal-klank associatie is primair; een kind weet al lang dat dit*

'tien' vingers zijn, alvorens hij leert dat je dit aantal kunt noteren als 10.

Ik gebruik in een ander talstelsel dus slechts de in ons tientallige stelsel bestaande woorden als die aan hetzelfde aantal zijn gekoppeld als bij ons. Dat wil zeggen: in het achttallig stelsel zeg ik tegen 3 'drie', want het stelt evenals bij ons

∴

voor;

'vijf' hoort bij 5 want we bedoelen

⁙

Maar ik weiger om tegen 10 (achttallig) 'tien' te zeggen, omdat we

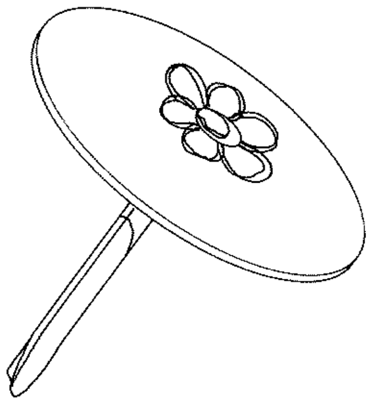
∷ ∷

bedoelen en zeg tegen 10 (achttallig) liever 'één-nul' (één groep van acht en nul losse).

Het is natuurlijk maar een opvatting, zoals die van Edu Wijdeveld er ook een — zij het dan een andere — is. Ik ben van mening, dat de aanpak van Edu met evenveel recht gebruikt kan worden als die van de vader van Basje. Op grond van didaktische overwegingen — vom Kinde hinaus — moet ik echter vaststellen dat van beide vakbroeders *— Edu Wijdeveld en de vader van Basje — vader de belangen van Basje beter behartigt dan oom Edu uit baarn.*

Dik Oort

prikbord problemen



'Heeft papa mijn prikbordproblemen al opgelost?', hoorde ik een van mijn neefjes onlangs zeggen. Ik spitste m'n oren. Welk prikbordprobleem?

Omdat 'papa' het probleem nog niet had kunnen oplossen en mijn neefje niet ten onrechte verwachtte dat ik wel eens meer met het wiskunde-bijltje had gehakt, werd mijn hulp ingeroepen.

Het was de moeite waard, dat prikbordprobleem. De onderwijzer had zijn leerlingen een leuk probleem opgegeven, dat ik u hierbij doorgeef. Veel sukses!

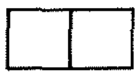
De oplossingen van PP_4 staan afgebeeld op pag. 412.

HANS TER HEEGE

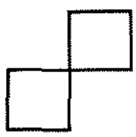
PP 4

Gebruik roosterpapier.

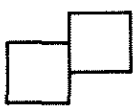
Een figuur van *twee* roostervierkantjes kun je maar op één manier knippen.
Je figuur ziet er altijd zó uit:



We spreken af dat een figuur als deze

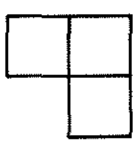
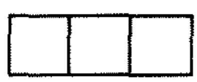


of als deze



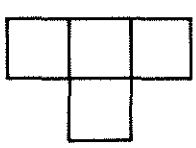
niet mag.

Een figuur van *drie* roostervierkantjes kun je op twéé manieren knippen.
Kijk maar:

zo  en zo 

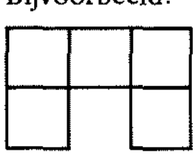
Nu jij!

1. Knip alle figuren van *vier* roostervierkantjes uit.
Dit is er één:



▶ *Hoeveel verschillende zijn er?* Antwoord:

2. En nu figuren van *vijf* roostervierkantjes.
Bijvoorbeeld:



▶ *Hoeveel verschillende zijn er?* Antwoord:

opleiding

PUZZELEN IN KLAS 1

HUUB JANSEN

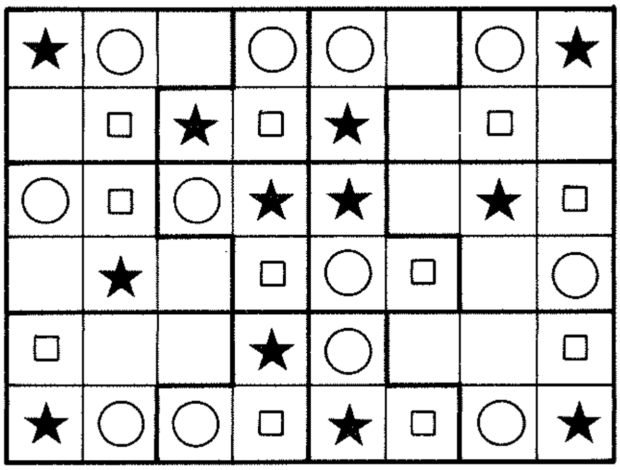
In iedere speelgoedwinkel zijn ze te koop: *legpuzzels voor jong en oud.*
Voor 'oud' zijn er dozen met 500, 1500 of meer, grillig gesneden, kartonnen stukjes. Iedereen kent de eindresultaten: een kleurrijk havengezicht, een landschap met bos en 'n oud kasteel, een marktplein met pomp en scheve huizen.
Er zijn verhalen in omloop van families die wekenlang met hun bord op schoot moeten eten, omdat één van de huisgenoten in een onbewaakt ogenblik begonnen was aan een, de eettafel in beslag nemende, legpuzzel van 100 bij 60.
Voor 'jong' zijn de puzzels eenvoudiger, meestal uitgevoerd in hout, waarbij puzzelstukjes ingepast moeten worden in uitsparingen van de bodemplaat. De afbeeldingen zijn kabouters, dieren of bekende sprookjesfiguren. Entoesiaste vaders figuurzagen voor hun 4- of 5-jarig kind in kreatieve opwellingen wel dergelijke houten legpuzzels.

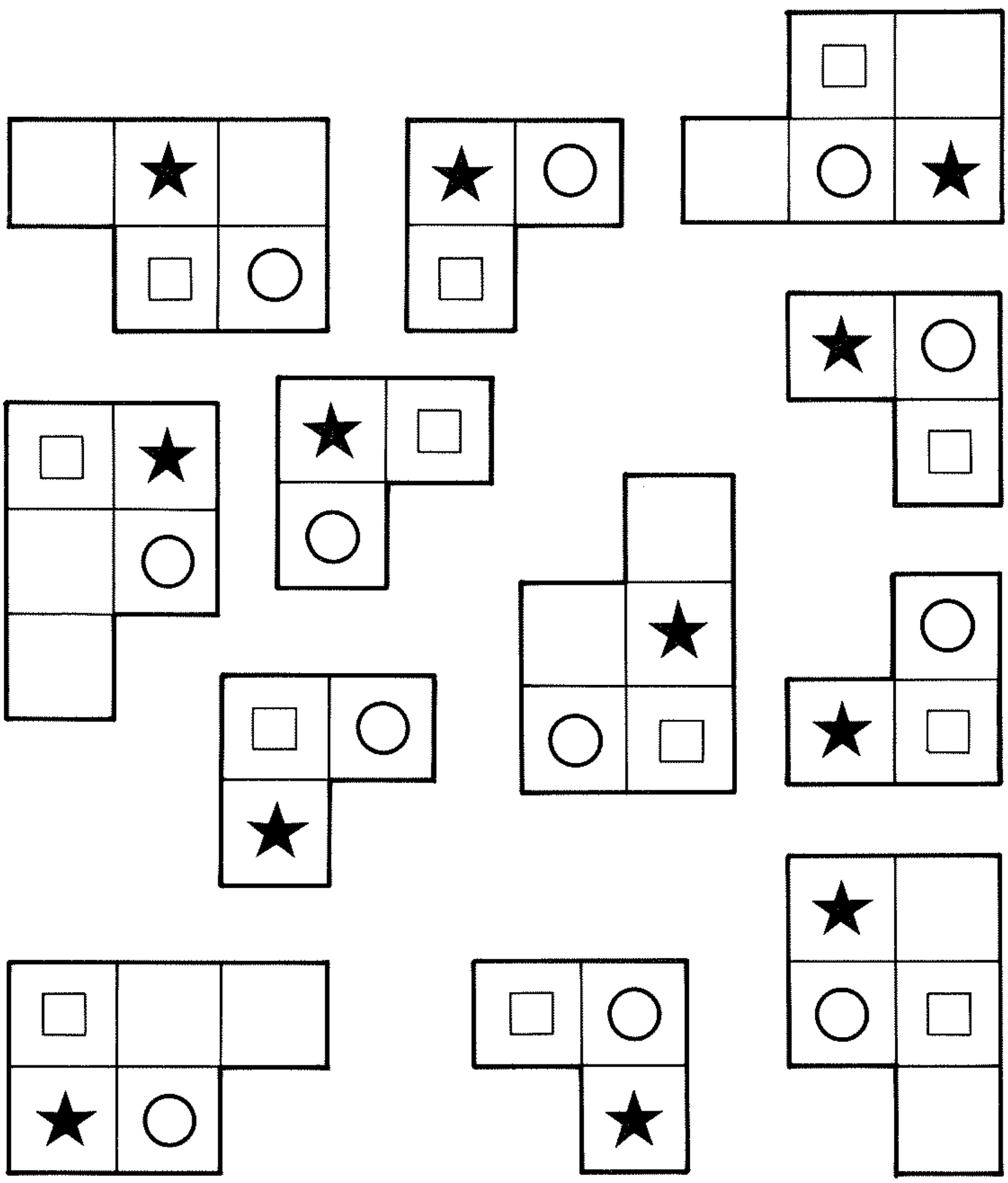
Een kenmerkend verschil tussen kinderen en volwassenen is, dat een volwassen legpuzzelentoesiasteling 'n puzzel met veel zwoegen in elkaar past, met een blij gezicht het eindresultaat bewondert en .... daarna nooit meer naar die puzzel omkijkt.
Kleuters daarentegen passen hun puzzel in elkaar, halen hem snel weer uit elkaar en beginnen opnieuw. Ze gaan hiermee door, zelfs wanneer het leggen van de puzzel tot een automatisme geworden is.
Volwassenen puzzelen uit pure liefhebberij. Het is een vrijetijdsbesteding waar de één vol overgave vele uren zoet mee is, terwijl zijn buurman zich afvraagt of een mens z'n tijd niet beter kan besteden.
Kinderen kunnen iets leren terwijl zij met legpuzzels bezig zijn: gevoel voor meetkundige vormen, voor verhoudingen, voor kleuren. In de kleuterschool en speelleerklas wordt er dankbaar gebruik van gemaakt.

* * *

Via konferenties en langs andere kanalen zijn veel docenten en onderwijzers inmiddels met *waterland* bekend geraakt. Een wiskundeonderwijs-projekt voor de onderbouw van de basisschool. De ontwerper heeft hierbij de mogelijkheden die legpuzzels bieden voor wiskundige aktiviteiten niet laten liggen.
Bijvoorbeeld: op *waterland* is een parkeerplaats voor auto's, niet van asfalt of grauwe stenen, maar opgebouwd uit tegels met verschillende figuren. Die parkeerplaats heeft model gestaan voor het volgende legpuzzelwerkblad. (pag. 398)

een moeilijke puzzel te koop





Het is voor de onderwijzeres en haar leerlingen nog een lastige opgave om met dit werkblad tot goede wiskundige aktiviteiten te komen. Lastig, maar de moeite waard! Daarom volgt hier een verslag van 'n redelijk geslaagde poging, ondernomen door een studente met de eersteklassertjes van haar oefenschool. Voor de kinderen uit deze klas is *waterland* geen onbekend gebied meer. Het eiland is reeds eerder in vogelvlucht verkend en bij deze eerste oriëntatie hebben legpuzzelaktiviteiten al een rol gespeeld.
We stappen binnen op het moment dat de les begint. Op de kalender staat: .. *januari 1975.*

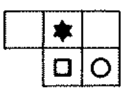
* * *

De kinderen hebben rond waterland al fijne wiskunde bedreven en de aankondiging van de juf dat vandaag de parkeerplaats van waterland gebouwd gaat worden, is voldoende om alle aandacht te krijgen.
Twee leerlingen mogen de werkbladen uitdelen. Bij het bekijken ervan maken de kinderen allerlei opmerkingen. Eén zegt dat de losse stukjes ook in de parkeerplaats zitten. Deze opmerking is voor de juf aanleiding te vragen of de kinderen een stukje kunnen *aanwijzen* dat ook in het voorbeeld zit.

O : 'Houd je vinger maar op het stukje en een andere vinger op de goede plaats in het voorbeeld.'

De juf gaat kontrolerend door de klas en helpt een enkele leerling die er moeite mee heeft. Een heleboel kinderen vinden het bovenste stukje.

O : 'Wie kan dit ook in de parkeerplaats aanwijzen?'

Ze wijst aan: 

Weer loopt de juf kontrolerend rond. Nagenoeg alle kinderen kunnen het goede stukje aanwijzen.

O : 'Wat is er met dat stukje gebeurd?'

Uit de klas komen allerlei opmerkingen:

Ll: 'Staat op z'n kop.'
Ll: 'Die zit niet goed.'
Ll: 'Hij is omgedraaid.'
O : 'Hoe is het stukje omgedraaid?'
Ll: 'Hij moet zó.' (Hierbij draait deze leerling het blad een hele slag om.)
O : 'Als je dit stukje uitknipt, wat moet je dan doen?'
Ll: 'Dan moet je het omkukelen.'
O : 'Wie wil een ander stukje aanwijzen?'

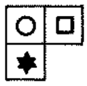
Een leerling mag vanaf zijn plaats vertellen welk stukje hij heeft uitgezocht.

Ll: 'Dat stukje met vijf, onderaan, aan de rechterkant.'
O : 'Waar zit dit stukje in het voorbeeld?'

De juf loopt door de klas en helpt verschillende kinderen.

O : 'Wat is met dit stukje gebeurd?'
Ll: 'Ook omgedraaid, maar niet helemaal.'
Ll: 'Kijk, zó!' (Het blad wordt een kwartslag gedraaid.)
O : 'Wie kan een stukje vinden dat je niet hoeft om te draaien?'

Een leerling wijst dit stukje aan:



O : 'Zoek maar op waar het zit. Is daar ook iets mee gebeurd?'

. . . .

O : 'We gaan de stukjes uitknippen, dan goed neerleggen, zoals bij een legpuzzel en daarna plakken we het op.'

Scharen worden uitgedeeld.

O : 'Wie kan mij vertellen, vóór we gaan knippen, hoe groot de puzzel gaat worden?'
Ll: 'Net zo groot als het hele papier.'
Ll: 'Even groot als het voorbeeld.'
Ll: 'Net zo groot als het papiertje dat u in uw hand heeft.' (De juf heeft toevallig een half velletje papier in haar hand.)

De juf laat alle kinderen de scharen neerleggen zodat ze beter over het probleem kunnen nadenken.

O : 'Wie weet zeker dat de puzzel groter wordt dan het voorbeeld?'
Ll: 'Dat stukje is groter dan het stukje in het voorbeeld.'
O : 'Wie kan vertellen waarom de puzzel kleiner wordt dan het papier zelf?'
Ll: 'Je moet het doèn, dan kun je het zien.'

De meeste kinderen weten op de vraag van de juf geen goed antwoord te geven.
Nadat de juf nog gezegd heeft dat ze goed langs de lijntjes en niet door het voorbeeld moeten knippen, gaan de kinderen aan het werk.
Het knippen van de stukjes kost veel tijd. Bij het leggen van de puzzel wordt duidelijk dat veel kinderen het moeilijk vinden om gelijktijdig op de twee belangrijke aspekten te letten: de vorm van de stukjes en de tekeningen op de vierkantjes. Ook het sistematisch aanpakken van het probleem, zoals het verdelen van de stukjes in 'drietallen' en 'vijftallen', gebeurt door veel kinderen niet.
De meeste kinderen beginnen met het opzoeken van het stukje linksboven in het voorbeeld. Gehanteerde stukjes, die niet blijken te passen, worden niet apart gelegd maar komen weer terecht in de uitgeknipte verzameling.

Er zijn minstens twee aanpakstrategieën te onderscheiden:

- sommige kinderen pakken zomaar een stukje uit de stapel en kijken in het voorbeeld of het past naast het daarvoor gelegde stukje;
- andere kinderen proberen eerst een beeld te vormen van het volgende stukje dat ze nodig hebben en zoeken het daarna op.

Alle kinderen werken in horizontale richting, meestal ook in de schrijfrichting: van links naar rechts.
De klasseonderwijzeres konstateert dat de kinderen die vaak letters in woorden verwisselen – *mied* in plaats van *meid* – ook veel moeite hebben met het leggen van de stukjes die omgedraaid moeten worden.
Een jongen heeft inmiddels de bovenrand van de puzzel volgelegd en roept:

'Nu weet ik hoe groot de puzzel wordt!'

Een deel van de kinderen is snel klaar en mag iets voor zichzelf gaan doen. Het overige deel heeft veel hulp nodig.

* * *

We besluiten met het – zonder kommentaar – weergeven van een aantal opmerkingen die door de wiskunde- en didaktiekdocent in een nabespreking met zijn studente gemaakt werden:

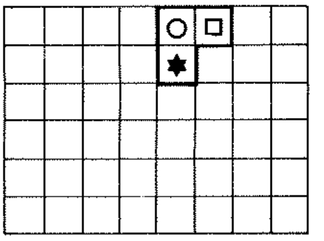
① 'In het begin van de les heb je kansen laten liggen om de rekenaspekten, die in de problematiek liggen opgesloten, uit te breiden:

- welke twee soorten puzzelstukjes zijn er?
- waarvan zijn er meer, van drie of van vijf?
- hoeveel hokjes kun je aan de zijkant van de parkeerplaats tellen?
  hoeveel puzzelstukjes zijn daarvoor nodig?
  idem voor de bovenrand;
- wijs eens alle stukjes van drie in de parkeerplaats aan;
- uit hoeveel stukjes bestaat de puzzel?

Een verdere eksploratie van de puzzel, door dit soort vragen te stellen, had bijgedragen tot een betere aanpak van de uiteindelijke puzzelopdracht.'

② 'In de inleiding had je het leggen van de puzzel beter kunnen voorbereiden:

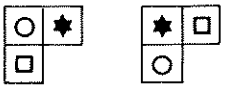
- door de leerlingen op een blaadje ruitjespapier te laten werken; hierop hadden ze dan tevoren de omlijsting van de parkeerplaats moeten tekenen; méten;
- één stukje met z'n allen aanwijzen, uitzoeken en daarna dit stukje door iedereen laten leggen en plakken:



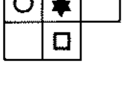
③ 'De bespreking van de legpuzzel-problematiek met de kinderen, zowel in de inleiding als in de nabespreking van de les, was beter verlopen als je gebruik gemaakt had van een viltbord. De ekstra voorbereidingstijd die dit gekost had, was de moeite waard geweest.'

④ 'Tijdens het leggen van de puzzel heb je de kinderen veel hulp geboden. Je merkt dan welke moeilijkheden de kinderen ondervinden en met welke aanwijzingen ze verder kunnen komen. In een nabespreking had je de kinderen kunnen laten vertellen hoe ze het gedaan hebben.
Daardoor had de les niet alleen een logische afsluiting gekregen, maar was de kinderen tevens de gelegenheid geboden om van elkaars goede en verkeerde oplossingsmetoden iets te leren.'

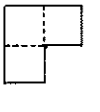
⑤ 'Dit werkblad bevat nog veel meer mogelijkheden voor andere wiskundige aktiviteiten. Ook voor hogere klassen:

- 

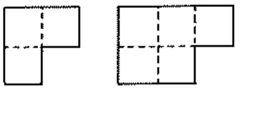
  twee verschillende stukjes van drie; welke andere stukjes van drie zijn er nog meer te maken?

- 

  hoeveel andere stukjes van vijf, met deze drie figuurtjes erop, zijn er nog te maken?

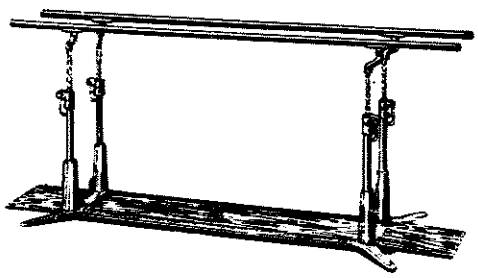
- 

  is met stukjes van deze vorm een vierkant te leggen?

- 

  wat is het kleinste vierkant dat met deze vormen te maken is?'

wiskunde in de brug periode



SPIONNEN IN DE STAD (VERVOLG)

WIM SWEERS
CHRIT LEENDERS

De bedoeling van de vorige opdrachten[1]) was om leerlingen lengtematen te laten hanteren in konkrete situaties en hen, door konfrontatie van geschatte en gemeten resultaten, meer bewust te maken van de gebruikte maten.
Daarnaast komen in opdracht 9 e.v. het schatten en meten van hoogte aan de orde.

fig. 1

Het *schatten* van hoogte gaat op dezelfde wijze als het schatten van afstand. Het *meten* van hoogte levert echter ekstra problemen op, aangezien bij ongeveer elke hoogtemeting hulpmiddelen, zoals een stoel, een trap, en dergelijke gebruikt moeten worden, of omdat indirekte meting (meting door vergelijking met wél direkt meetbare zaken) nodig is.

In opdracht 9 volgen de leerlingen dezelfde prosedure als bij het schatten en meten van afstanden (opdracht 5):
- ze kiezen iets waarvan ze de hoogte willen weten,
- ze schatten die hoogte eerst,
- daarna meten ze de hoogte op,
- vervolgens bepalen ze het absolute verschil tussen de geschatte en de gemeten uitkomst.

Omdat alle groepjes de hoogte van het lokaal, de school en dergelijke bepalen, kunnen we in opdracht **9-2** aan de hand van verkregen uitkomsten de toelaatbaarheid van verschillen tussen schatting en meting ter sprake brengen. Daar dit probleem bij de lengtemeting eveneens aan de orde is geweest (**5-4**), is het waarschijnlijk, dat uit de klas de suggestie komt om de verschillen in procenten te bepalen.

[1]) Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 3/4, pag. 276 e.v.

Tijdens de bespreking van de gevolgde schat- en meet-strategieën vertellen de leerlingen elkaar op welke wijze ze verschillende hoogten hebben bepaald:

– *het standbeeld van martha* (fig. 1) is ongeveer even hoog als een echt mens, dus ongeveer 1.80 m;

  'toen hebben we haar met de bordliniaal gemeten;'

– die pilaar (fig. 4) is opgebouwd uit allemaal vierkante blokken; als je weet hoe hoog zo'n blok is, en je telt hoeveel er boven elkaar staan, dan weet je hoe hoog die pilaar is.

Van sommige objekten is de geschatte hoogte direkt te kontroleren door een meting met behulp van liniaal, meetlint of touwtje, van andere is het voor de leerlingen veel moeilijker of zelfs onmogelijk om op deze wijze de hoogte te meten. (Denk aan het meten van de hoogte van een boom!) We zullen dus naar een manier moeten zoeken om toch die hoogte te kunnen meten.
Een zelfgemaakte hoogtemeter (fig. 3) kan ons hierbij helpen.

Aanvankelijk is dit een taktiek van de spionnen (**opdracht 10**), die de hoogte van de bastions en torens zodanig moeten meten dat ze zo min mogelijk in de gaten lopen.
Allereerst bepalen we de hoogte van het bastion *monnikendam*, dat wil zeggen: de leerlingen meten de hoogte van de vertikale zijde van het halve vierkant, meten daarna de lengte van de horizontale zijde en ontdekken dat deze allebei even groot zijn. Konklusie: het bastion is 10 meter hoog.
Velen herkennen de driehoek direkt als: rechthoekig gelijkbenig!

'Hij is net als mijn tekendriehoek en die heeft ook twee gelijke kanten.'

Die leerlingen stellen dan ook meteen:

'de toren is 10 meter hoog'.

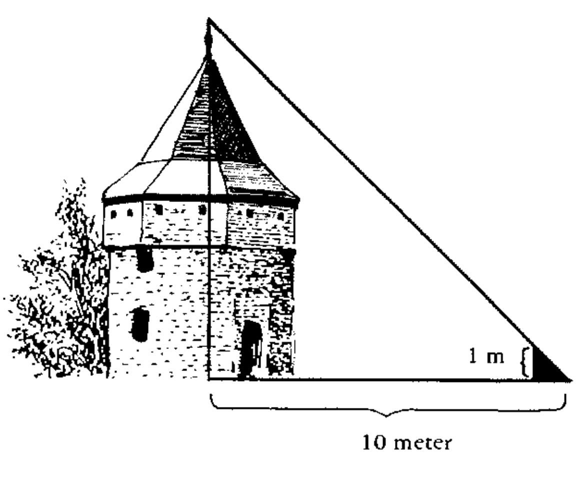


fig. 2

Tijdens de eksperimenten bleek echter, dat niemand de gelijkvormigheid tussen de grote en de kleine zwarte driehoek opmerkte.

Is in opdracht 9 reeds het probleem gesignaleerd: *hoe meet je met redelijke nauwkeurigheid de hoogte van bomen en gebouwen zonder dat je daarvoor halsbrekende toeren moet verrichten?*, in **opdracht 11** wordt hiervoor een oplossing aan de hand gedaan: maak zelf zo'n hoogtemeter en ga die dan gebruiken.
Met opzet is hier een werkbeschrijving weggelaten en zijn alle aanwijzingen zo summier mogelijk gegeven. Het is namelijk de bedoeling dat de leerlingen verband leggen tussen de gelijkbenigheid van de te maken hoogtemeter, de problemen in opdracht 10 en de strategie van hoogtebepaling, zoals die in het blokschema wordt uiteengezet.

fig. 3

Wie meet, loopt net zo lang heen en weer met zijn hoogtemeter totdat de toestand van het plaatje (fig. 2) bereikt is. Die gelijkbenigheid maakt het meten gemakkelijk, want de horizontale afstand tussen oog en voorwerp is gelijk aan de hoogte van het voorwerp (tot ooghoogte).
Een aantal leerlingen heeft er aanvankelijk moeite mee om in te zien, dat je met dit instrument de vertikale afstand tussen top en ooghoogte meet en dat je dus een stuk lichaamslengte bij het meetresultaat moet optellen.
Heeft iedereen de strategie begrepen, dan geven we verschillende groepjes leerlingen dezelfde meetopdrachten.
Aan de hand van de uitkomsten kunnen we dan een vergelijking maken met betrekking tot

de nauwkeurigheid van de metingen en samen met de leerlingen proberen een maat hiervoor te vinden.
Wij zijn in opdracht 10 en 11 uitgegaan van een vaste hoek van 45° bij het bepalen van de hoogte. (Vandaar dat de leerling zich bij het meten moet verplaatsen.) Het is echter ook mogelijk, om vanuit elk willekeurig gekozen punt met behulp van een geodriehoek of klinometer (dus met een variabele hoekgrootte) de hoogte te bepalen. Op de relatie tussen de grootte van de hoek en de hoogte van een voorwerp dat je onder die bepaalde hoek ziet, is ingegaan in het hoofdstuk 'Hoeken meten' als onderdeel van het basisschoolpakket *'Tijd, afstand en snelheid op onze aarde.*[1]) Wellicht zien de leerlingen – als zij dit eveneens doorgewerkt hebben – wél de funktie van het zwarte driehoekje in fig. 2.

* * *

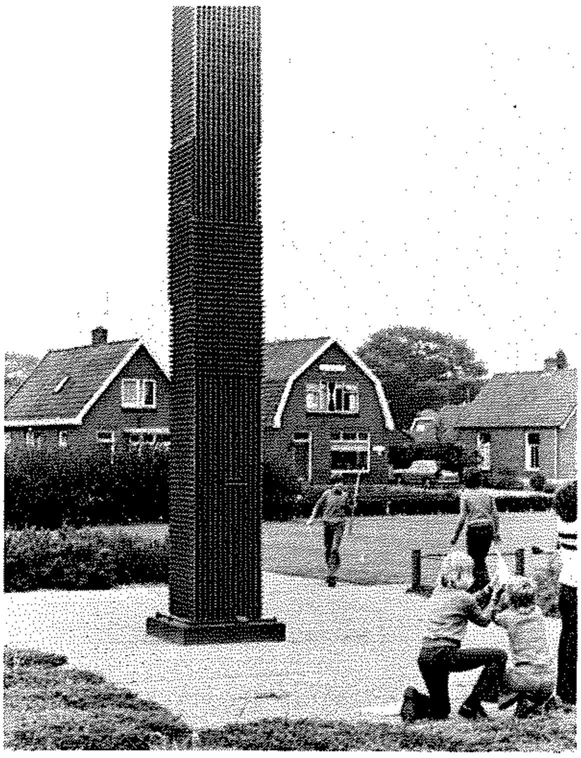


fig. 4

Uit de eksperimenten tot nog toe is ons gebleken, dat het doorwerken van het gehele *'spionnen-pakket'* ongeveer 13 lestijden vraagt:

opdracht	*lestijden*
1	1
2	2
3,4	2
5	2
6,7	2
8,9	2
10,11	2

Sommige leerlingen en docenten vinden dit te lang. Wilt u het gehele pakket toch, maar dan in minder tijd doorwerken, dan suggereren wij u het volgende:
- beperk in opdracht 5-3 het aantal te meten objekten;
- geef opdracht 6 als huiswerk mee;
- laat opdracht 7-2 vervallen of 7 geheel, omdat hier dezelfde aktiviteiten verricht worden als in opdracht 2, en deze opdracht dus een evaluatief karakter heeft;
- verwijs in opdracht 8 direkt naar de voetmaat als $\frac{1}{16}$ deel van de roede, laat de scheepshoogte bepalen en vergelijk deze met de geschatte poorthoogte;
- beperk ook in opdracht 9-1 het aantal te meten objekten;
- geef opdracht 10 als huiswerk mee;
- laat de hoogtemeter (opdracht 11) tijdens de handvaardigheidsles of thuis maken.

* * *

Waarmee zijn de leerlingen in dit pakket bezig geweest?

wiskundige aktiviteit	*opdracht* 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1 meetstrategieën bepalen		x		x	x		x	x	x		x
2 schatten van afstand		x			x						
3 meten van afstand		x		x	x		x				
4 schatten van hoogte								x	x		
5 meten van hoogte									x	x	x
6 vergelijken van schatting en meting		x			x				x		
7 meten van tijdsintervallen		x					x				
8 klassifiseren van tijdsintervallen	x										
9 werken met schalen			x	x			x	x			
10 gelijkvormigheid										x	x
11 bepalen van een standaardmaat met gebruikmaking van centrummaten (modus, gemiddelde)		x					x	x			
12 absolute en relatieve nauwkeurigheid					x				x		
13 cirkel als verzameling van punten				x							

Naast de wiskundige inhoud, die primair beoogt het maatbegrip te reviseren[2]), is ook de wijze waarop deze inhoud gepresenteerd wordt van even groot belang. *'Wiskunde leren door wiskunde doen'*, waarbij door de wijze van aanbieding de leerlingen aktief bezig zijn, zelfstandig leren werken en zelfvertrouwen krijgen.

[1]) Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 2, pag. 168 e.v.
[2]) Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 1, pag. 38.

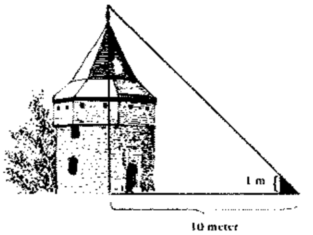
OPDRACHT 9 (voor 2 leerlingen): HOOGTE SCHATTEN

▶ 9-1 Schat de hoogte van de voorwerpen die in de tabel genoemd worden.
Meet daarna die hoogten op als dat mogelijk is.
Noteer de schatting en de meetuitkomsten in de tabel.
Noteer de verschillen eveneens in de tabel.

hoogte	*schatting*	*gemeten uitkomst*	*verschil*
deur			
lokaal			
licht-schakelaar			
school			
boom			
raam			

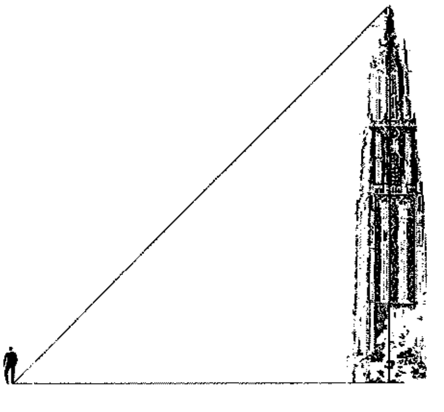
▶ 9-2 Vertel elkaar op welke manier je de verschillende voorwerpen geschat hebt.
Welke verschillen tussen schatting en meting zijn wèl en welke niet toelaatbaar.
Waarom?

OPDRACHT 10 (voor 1 leerling): HOOGTE METEN



Tenslotte moesten ze de hoogte van de geschutstorens aan de rand van de stad nog meten. Dan konden ze bepalen hoever de amersfoortse kanonnen zouden schieten als de stad werd aangevallen.
Dirck wilde meten met een zelfgemaakte hoogtemeter.
Hij begon bij het bastion *monnikendam.*

▶ 10-1 Hoe hoog is het bastion *monnikendam?*



De *Onze Lieve Vrouwe toren* is 100 meter hoog.

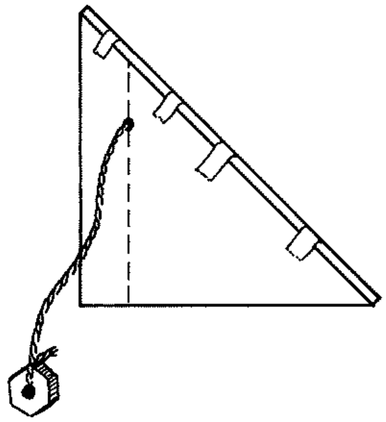
▶ 10-2 Hoever staat deze man bij de toren vandaan?

OPDRACHT 11 (voor 2 leerlingen): METEN MET JE EIGEN HOOGTEMETER

We gaan de hoogtemeter van Dirck eens namaken.

Benodigdheden: stevig materiaal
limonaderietje of plastic buisje
plakband
touwtje en een zwaar voorwerp.

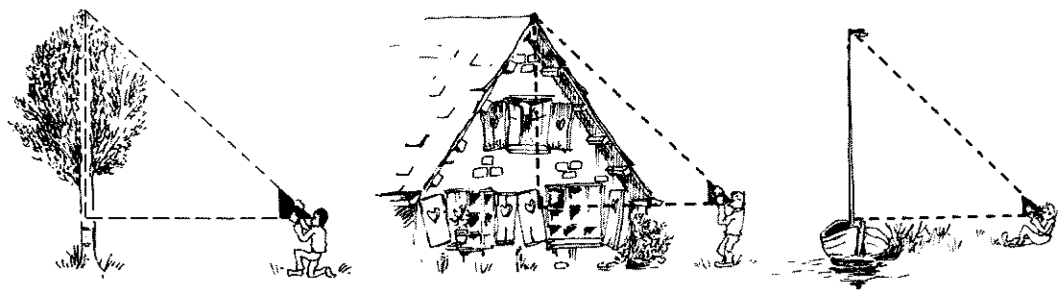
Door het gat moet een touwtje met een zwaar voorwerp eraan.



START

- Kies het voorwerp waarvan je de hoogte wilt meten
- Kijk door het rietje van je meter
- Richt je meter op het hoogste punt van het voorwerp
- Verplaats je tot het touwtje precies langs de stippellijn hangt
- Meet de afstand van het voorwerp tot je voet
- Meet de afstand van je oog tot je voet
- Tel deze twee afstanden bij elkaar op

KLAAR



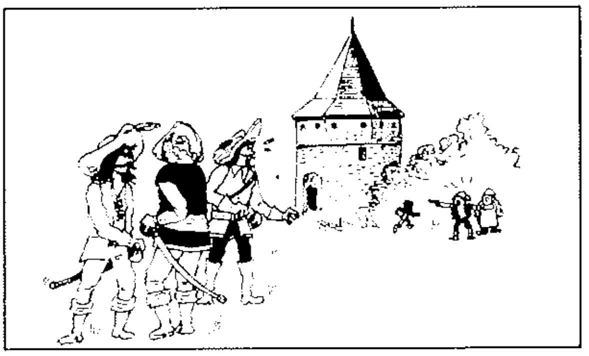
gemeten voorwerp	*boogte*

▶ 11-1 Meet samen de hoogte van enkele voorwerpen in de buurt van de school.

▶ 11-2 Noteer de resultaten van je metingen in de tabel.

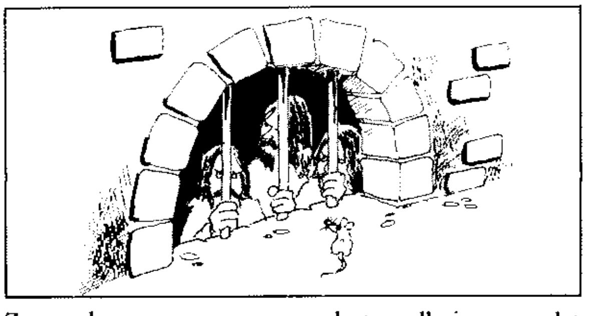
▶ 11-3 Vergelijk jullie uitkomsten met die van klasgenoten.

▶ 11-4 Hoe nauwkeurig kun je de verschillende hoogten bepalen?



Helaas hadden Dirck, Willem en Louis het gevaar onderschat. Hun meetarbeid had de aandacht getrokken van een paar amersfoortse burgers.

Die hadden de schout ingelicht en deze kwam met enkele rakkers al aangelopen nog voordat de drie spionnen in de gaten hadden dat hun vrijheid op het spel stond.



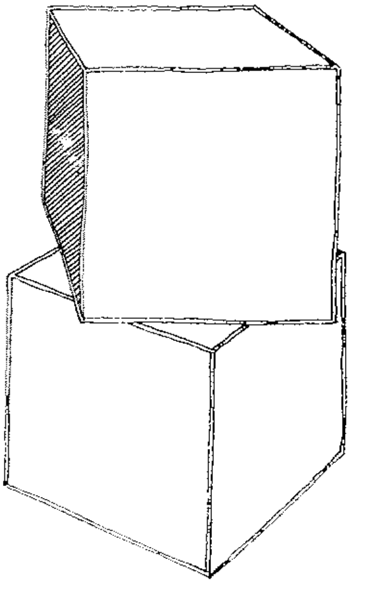
Ze werden meegenomen naar het raadhuis en omdat ze geen aannemelijke verklaring konden geven voor hun aanwezigheid in de stad en hun belangstelling voor de vestingwerken, werden ze opgesloten. Nooit hadden ze vermoed dat hun verblijf in amersfoort zo langdurig zou worden.

* * *

Voor Dirck, Willem en Louis was alle inspanning uiteindelijk tevergeefs. Hopelijk levert die van uw leerlingen meer rendement op, hebben ze iets meegenomen van het nauwkeurigheidsaspekt bij het meten.
Zijn ze daarbij ook gemotiveerd door de variatie in werkvorm en de presentatie, dan heeft dit leerstofpakket zijn doel bereikt.

Wij stellen bizonder veel prijs op uw reakties.
U kunt deze ongefrankeerd zenden aan:
iowo,
t.a.v. W.J. Sweers,
antwoordnummer 1566, utrecht.

kleuters en wiskunde



Lezers die regelmatig kennisnemen van deze rubriek zullen al wel ontdekt hebben dat de auteurs proberen in te haken op onderwijspakketten die reeds eerder in het bulletin gepubliseerd zijn.
Zo kunt u dit keer enkele ideeën aantreffen die te maken hebben met witkarren, blokjes en afstanden.[1])

JES MELIS
HENNEKE DE LORME-BAKKER

▶ VAN OPBOUWEN NAAR NABOUWEN

De blokjes (kubussen) werden op een hoek van de tafel gelegd.
'Maak eens vier rijtjes van elk drie blokjes.'
De opdracht verliep zonder al te veel problemen, waarna gevraagd werd:
'Pak één blokje en maak er een gebouw van.'
De kinderen vonden 't maar een vreemde vraag!
'Je kunt 't maar op één manier doen, juf.'
'Alleen plat, anders valt 'ie om.'
'Neem nu twee blokjes en maak er ook een gebouw van. Hoeveel verschillende kun je bouwen? Als je hetzelfde gebouw al ziet staan, probeer dan een ander te bedenken.'
Afgesproken werd dat de vlakken precies tegen elkaar moesten passen.
'Hoeveel verschillende gebouwen kun je van drie blokjes maken?'
Job zei direkt, zonder proberen: 'dat zijn er dan drie, want bij twee blokjes hadden we er twee.'
Bij vier blokjes merkten de kinderen dat deze redenering niet klopte. Ze vonden nu zeven verschillende gebouwen.
Al doende werden belangrijke afspraken gemaakt:
- er zijn liggende en staande gebouwen; deze zijn verschillend;
- spiegelbeelden en verschillen in stand tellen niet.

* * *

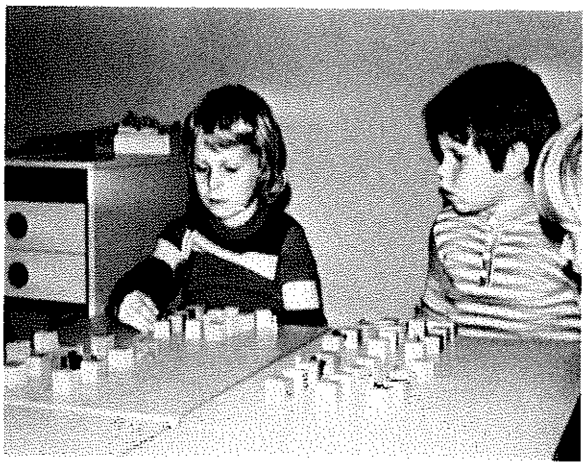
▶ HET BATTERIJ-KUIKEN

'Maak vier rijen van elk drie blokjes op je tafeltje. Zorg dat er ruimte tussen is.'
Vrij vlot werd het patroontje gelegd:

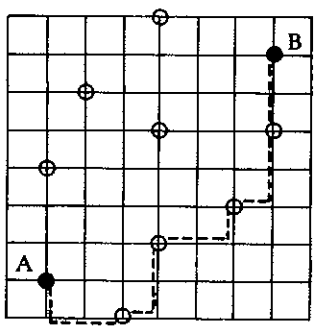
□ □ □
□ □ □
□ □ □
□ □ □

Het kuiken (van het ganzenbordspel) kon nu makkelijk door de straten en lanen lopen.
'Het kuiken heeft een batterij nodig om te kunnen lopen. Met één batterij kan het kuiken drie kruispunten verder komen. Batterijen kunnen afgehaald worden bij de batterij-mannetjes (pionnen uit 'mens-erger-je-niet').'
'Zet je kuiken op een kruispunt. Je mag zelf uitzoeken welk kruispunt. Als je batterij op is, dan moet je bij het volgende batterij-mannetje staan. Waar kun je 't beste je batterij-mannetjes zetten?'

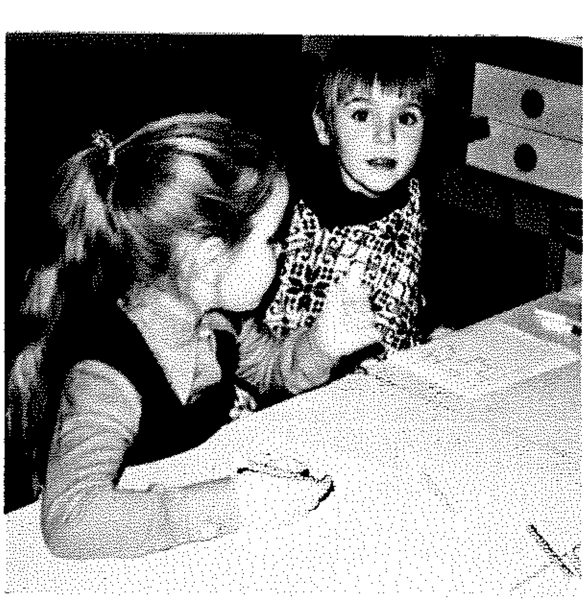
Op ruitjespapier werd vervolgens verder gespeeld. Met een bepaalde kleur voor het kuiken en een andere kleur voor de mannetjes gingen de kinderen entoesiast aan de gang.



Door stelselmatig het speelveld uit te breiden en herhaaldelijk vragen te stellen als:
'waar kun je 't beste je mannetjes zetten?' en
'met hoeveel mannetjes kun je toe?',
werden de voorwaarden voor een nieuw spel vervuld.
De kinderen werkten tijdens dit spel twee aan twee. De een moest met z'n kuiken proberen van een bepaald kruispunt naar een ander punt te komen. De ander zette de mannetjes zo moeilijk mogelijk neer. 't Moest echter wel uitvoerbaar zijn voor het kuiken.



verloop van één der spelen
A — beginpunt
B — eindpunt
O — door remmo uitgezette mannetjes
--- — door mark gevolgde roete



[1]) Zie: jaargang 4 nr. 2 en 3/4.

▶ HET PLEINSPEL

Onlangs hadden we als belangstellingsonderwerp *het huis*.

De kleuters wisten heel wat te vertellen over de bouw en indeling van huizen en wie er allemaal aan werkten om het klaar te krijgen. Zelfs de 'elektriciteits-meneer' werd niet vergeten. Natuurlijk zijn niet alle huizen hetzelfde: je hebt grote en kleine, hoge en lage, oude en nieuwe, mooie en niet zo mooie huizen. Ook de daken verschillen: je hebt puntdaken, platte daken en daken die net op een klok of een trap lijken. Dit werd zo veel mogelijk met de handen uitgebeeld.

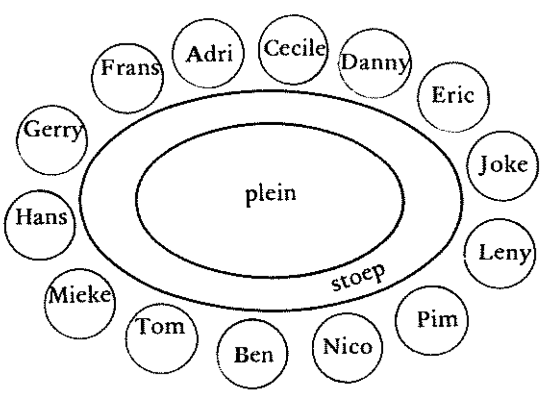
Als je een hele rij huizen hebt wordt het een straat of een laan en een heleboel straten en lanen vormen met elkaar een stad.

De huizen kunnen ook nog om een pleintje staan.

'Juf, dan staan ze in een kring.'

Met deze laatste opmerking van de kinderen nog in gedachte gingen we naar het speellokaal en speelden *het pleinspel* met hoepels.

In elke hoepel 'woonde' een kind. Naar je overbuurman of -vrouw kon je gemakkelijk kijken, maar als je je vriendje naast je wilde zien moest je heel ver uit het raam hangen en dat is gevaarlijk.



Als adri naar zijn vriendje ben ging, moest hij wel op de 'stoep' lopen, anders zou hij onder 'n auto of fiets kunnen komen.

'Welke kant op is nu de kortste weg?'

'Nu cecile?'

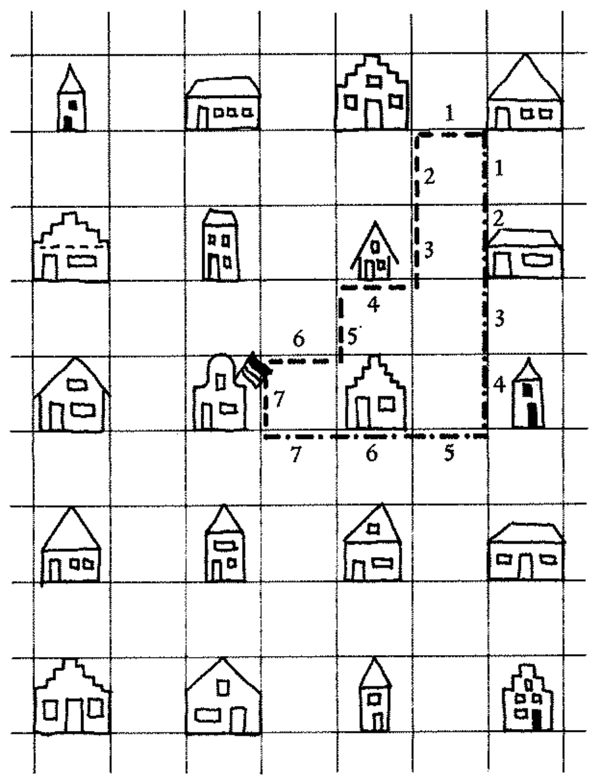
Er werd natuurlijk flink geteld en bij 'vergissingen' werden onmiddellijk aanmerkingen gemaakt. Uiteraard gingen tijdens dit spel veel kleuters bij elkaar op bezoek. Ook moest er wel eens van te voren een vriendje worden opgehaald en dan moest je net eerst de andere kant op. De kleuters hadden er echt wel plezier in.

* * *

▶ HOE NAAR DE VLAG?

In de klas werden met behulp van dozen en papier huizen gemaakt en daar bouwden we een stad van.

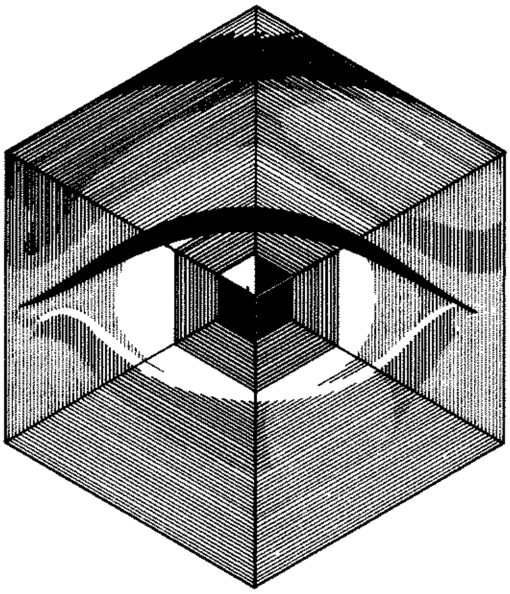
Nu gingen we op bezoek bij een van de kleuters, die jarig was. Op het huis werd een vlag geplaatst en één voor één mochten de anderen aanwijzen hoe ze het beste bij dat huis konden komen.



De meningen verschilden nog wel eens, maar dat hield juist de belangstelling vast. Al heel gauw kwamen de kinderen er achter dat er meer mogelijkheden zijn om een doel te bereiken, zonder dat je verder zou moeten lopen. Elke afstand werd namelijk geteld en tot grote verbazing kwam er steeds hetzelfde getal uit.

Natuurlijk komen in zo'n leerspelletje ook begrippen als 'dichtbij', 'veraf', het verste', 'linksaf', 'rechtsaf de hoek om' – naast het bepalen (tellen) van de afstand – regelmatig voor.

kijk ook eens zo!



$$\frac{1}{7}+\frac{6}{7}=1$$

DIK OORT

Een onvereenvoudigbare breuk waarvan de noemer geen andere faktoren dan 2 en/of 5 (de priemfaktoren van 10) bevat, is te herleiden tot een tiendelige breuk – een breuk waarvan de noemer een macht van 10 is – en dus te schrijven als een kommagetal.

$$\frac{3}{4}=\frac{75}{100}=0{,}75$$

$$\frac{1}{5}=\frac{2}{10}=0{,}2$$

$$\frac{7}{20}=\frac{35}{100}=0{,}35.$$

Als de noemer van een onvereenvoudigbare breuk andere faktoren dan 2 en 5 bevat, kunnen we deze breuk niet herleiden tot een tiendelige breuk en dus niet schrijven als een kommagetal.

Wanneer we de breuk $\frac{3}{4}$ willen herleiden tot een kommagetal kunnen we dat doen zoals hierboven is aangegeven, maar menigeen bereikt het resultaat door 3 te delen door 4:

```
4 / 3,0  \ 0,75
    28
    --
     20
     20
     --
      0
```

Deze prosedure kan men ook volgen als men bijvoorbeeld de breuk $\frac{1}{3}$ wil herleiden tot een kommagetal.
We weten al dat dit niet kan, maar al delende vinden we 't volgende:

```
3 / 1,0   \ 0,333 ....
     9
    --
     10
      9
     --
      10
       9
      --
       1
        .
         .
```

Bij deling door 3 zijn in het algemeen drie resten mogelijk, namelijk: 0, 1 en 2.
Daar de deling hier niet zal eindigen (dan zou $\frac{1}{3}$ immers te schrijven zijn als een kommagetal), houden we nog twee mogelijke resten over, namelijk: 1 en 2. 't Blijkt dat de rest 1 onmiddellijk weer terugkeert, zodat ook de 3 achter de komma zich blijft herhalen.
Deze vorm

0,333 ....

met oneindig veel drieën achter de komma geven we aan met $0,\cancel{3}$ (nul komma drie repetent). We noemen de 3 het *repetendum* (repeterende deel) en 't 'kommagetal' $0,\cancel{3}$ een *zuiver repeterende breuk.*

We weten nu dat $0,\cancel{3} = \frac{1}{3}$.

Opmerking
De breuk $\frac{1}{6}$ leidt tot $0,1\cancel{6}$, dus 0,16666 .....; dit is een gemengd repeterende breuk met 1 als niet repeterend deel en 6 als repeterend deel.

Hoeveel is $0,\cancel{2}$?
We berekenen dit als volgt:
Stel de waarde van $0,\cancel{2}$: x.

$$\left.\begin{array}{r} 10x = 2,\cancel{2} \\ x = 0,\cancel{2} \end{array}\right]\text{ de beide delen achter de komma vallen tegen elkaar weg}$$
$$\begin{array}{r} 9x = 2 \\ x = \frac{2}{9}. \end{array}$$

Of vindt u dat dit niet zo is omdat $0,\cancel{2}$ één 2 meer heeft achter de komma dan $2,\cancel{2}$?

Hoeveel is $0,\cancel{3}$?

$$\begin{array}{r} 10x = 3,\cancel{3} \\ x = 0,\cancel{3} \\ \hline 9x = 3 \end{array} - \rightarrow x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

We kunnen nu ook *twee repeterende breuken optellen*, bijvoorbeeld:

$$0,\cancel{3} + 0,\cancel{4} \quad \begin{array}{r} 0,\cancel{3} \\ 0,\cancel{4} \\ \hline 0,\cancel{7} \end{array} +$$

$$0,\cancel{8} + 0,\cancel{5} \quad \begin{array}{r} 0,\cancel{8} \\ 0,\cancel{5} \\ \hline 1,\cancel{4} \end{array} +$$

Opmerking
Deze laatste optelling is iets lastiger omdat elke kolom na (rechts van) de komma de vorige kolom beïnvloedt (1 hoger maakt).

Hoeveel is nu $0,\cancel{9}$?
We stellen $0,\cancel{9}$ gelijk aan x.

$$\begin{array}{r} 10x = 9,\cancel{9} \\ x = 0,\cancel{9} \\ \hline 9x = 9 \\ x = 1. \end{array}$$

We vinden dat $0,\cancel{9}$ gelijk is aan 1.

Als we $0,\cancel{9}$ afbreken na de tweede decimaal krijgen we 0,99 en zijn dan nog slechts $\frac{1}{100}$ van 1 verwijderd.
Breken we $0,\cancel{9}$ af na de zesde decimaal (0,999999), dan zitten we nog maar $\frac{1}{1000000}$ van 1 af.
't Is duidelijk dat we zo doorgaand 't verschil steeds kleiner kunnen maken.
Waar moeten we afbreken als we het verschil kleiner willen hebben dan $\frac{1}{1\,000\,000\,000\,000}$?
We zeggen in zo'n geval dat 0,9......., indien we 't aantal negens tot oneindig laten naderen, 1 is.

Wij zullen verder zeggen (en schrijven) 0,9 = 1.

Hoe kunnen we dit nu op andere manieren duidelijk maken?
Laten we eens een paar mogelijkheden noemen. Misschien kunt u zelf ook nog enige vinden.

(a) $0,\cancel{3} = \frac{1}{3}$
$3 \times 0,\cancel{3} = 0,\cancel{9} = 3 \times \frac{1}{3} = 1.$

(b) We tellen bij $0,\cancel{9}$ iets op; trekken daarna hetzelfde er weer af en houden dus hetzelfde over als waarmee we begonnen zijn:

$$\begin{array}{r} 0,\cancel{9} \\ 0,\cancel{8} \\ \hline 1,\cancel{8} \\ 0,\cancel{8} \\ \hline 1 \end{array}$$

Dus: $0,\cancel{9} = 1$.

(c) We delen 7 door 7, maar kennelijk beheersen we de tafel van 7 niet zo best:

```
7 / 7,0   \ 0,999.....
    6 3
     70
     63
      70
      63
       7
        .
         .
          .
```

We hebben in 't begin van de deling beweerd: 7 gedeeld door 7 gaat 0 keer rest 7. En later steeds: 70 gedeeld door 7 gaat 9 keer rest 7. Die beweringen zijn niet fout alleen ongebruikelijk.
Dus 7 : 7 = $0,\cancel{9}$.

Later herinneren we ons dat 7 : 7 = 1.
Dus $0,\cancel{9} = 1$.

(d) Nu een manier die iets meer wiskundekennis eist. Ik hoop dat u het blijft volgen.

$$0,\cancel{9} = \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \frac{9}{1000} + \frac{9}{10\,000} \; ....$$

Dit is een meetkundige rij met aanvangsterm (a) $\frac{9}{10}$ en reden (r) $\frac{1}{10}$.
Omdat de reden tussen -1 en $+1$ ligt, heeft deze oneindig voortlopende meetkundige rij een limiet die gevonden wordt met de formule

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \frac{a}{1-r}.$$

In ons geval wordt dit

$$\frac{\frac{9}{10}}{1-\frac{1}{10}} = \frac{\frac{9}{10}}{\frac{9}{10}} = 1.$$

In het bovenstaande hebben we gewerkt met repeterende breuken waarbij het repeterende deel bestaat uit één cijfer.
Vaak krijgen we *een repetendum* bestaande uit *meer dan één cijfer*, bijvoorbeeld:

$\frac{1}{11} = 0,\cancel{0}\cancel{9}$ (dit betekent 0,090909 .....)

$\frac{102}{111} = 0,\cancel{9}1\cancel{8}$

We zetten een schuin streepje door het eerste en door het laatste cijfer van het repetendum.

Wat gebeurt er als we de breuk $\frac{1}{7}$ willen herleiden tot een kommagetal?
We weten dat er een repeterende breuk ontstaat. De resten die kunnen voorkomen (1, 2, 3, 4, 5 en 6) blijken alle voor te komen.

```
7 / 1,0      \ 0,142857
     7
    30
    28
     20
     14
      60
      56
       40
       35
        50
        49
         1
```

Als de rest 1 terugkeert (we zijn met 1 begonnen) gaat alles zich herhalen.
Dus:
$\frac{1}{7} = 0,\cancel{1}4285\cancel{7}$.

Indien we $\frac{2}{7}$ hadden uitgerekend zouden we met 2 (20) in plaats van met 1 (10) begonnen zijn.
We krijgen als het ware dezelfde deling als zopas maar iets 'opgeschoven'. Ook de cijfers van het repetendum schuiven op:

$\frac{2}{7} = 0,\cancel{2}8571\cancel{4}$

Noemt u eens 'uit het hoofd': $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$?

Bij $\frac{1}{7}$ en ook bij de andere — gaat u dat maar na — doet zich nog een merkwaardigheid voor.
We trekken in 't midden van 't repetendum een streepje:

$0,\cancel{1}42 \mid 85\cancel{7}$

Merk nu op dat 't eerste cijfer voor de streep samen met 't eerste cijfer na de streep 9 is. Dit geldt ook voor de tweede cijfers en voor de derde cijfers (respektievelijk: $4 + 5 = 9$ en $2 + 7 = 9$).

$\frac{1}{7} = 0,\cancel{1}4285\cancel{7}$.

Indien we nu de aanvulling tot 1, dus $\frac{6}{7}$, als repeterende breuk schrijven, moeten we na de streep beginnen:

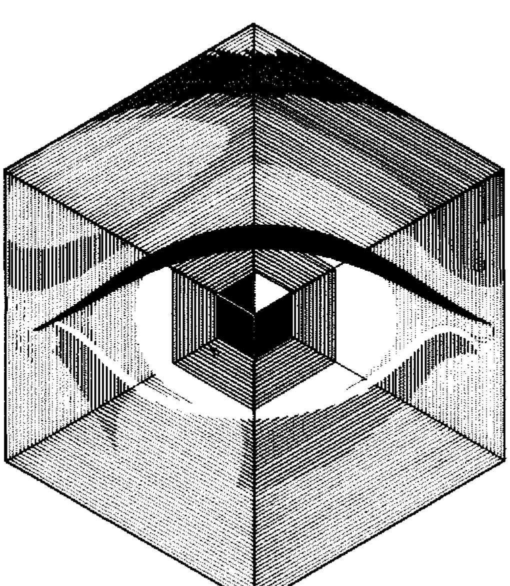
$\frac{1}{7} = 0,\cancel{1}4285\cancel{7}$

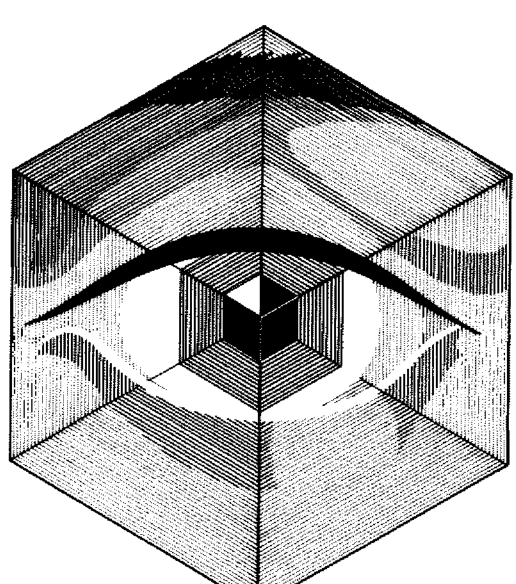
$\frac{6}{7} = 0,\cancel{8}5714\cancel{2}$.

De delen voor de streep en na de streep zijn verwisseld:

$\frac{1}{7} + \frac{6}{7} = 1$ (maar dit is te schrijven als $0,\cancel{9}$)

$$\begin{array}{l} \frac{1}{7} = 0,\cancel{1}4285\cancel{7} \\ \frac{6}{7} = 0,\cancel{8}5714\cancel{2} \\ \hline \frac{7}{7} = 0,999999 \ldots\ldots\ldots \end{array} +$$

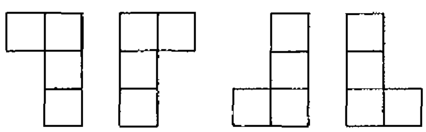




Oplossingen prikbordprobleem 4 (pag. 396)

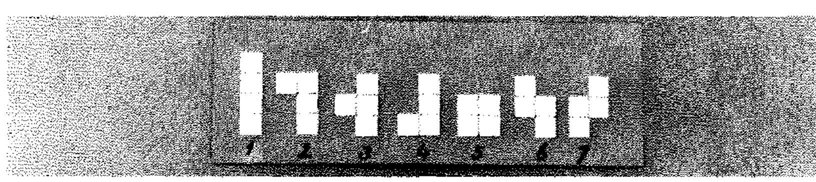
① *Hoeveel verschillende figuren zijn er te maken met vier roosterhokjes?*

We knippen er een paar uit ruitenpapier en leggen ze op tafel. We hebben er een stuk of negen.
Zullen we ze eens groeperen?
Eén groepje is:



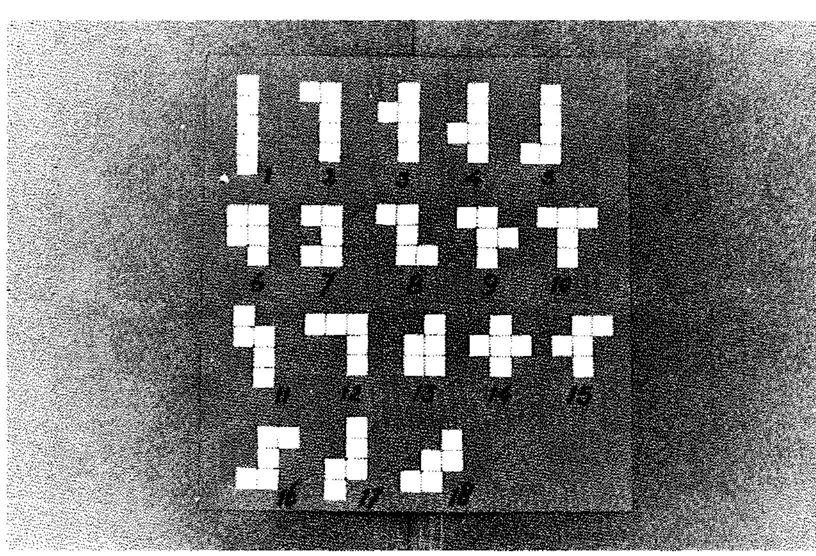
ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ

Ze lijken alle vier op elkaar. Zijn ze verschillend? Het antwoord is: *ja en nee*. Het ligt er maar aan wat je afspreekt.
Neem bijvoorbeeld ⓐ en ⓓ: als je ⓐ draait op het tafelvlak, krijg je ⓓ; daaruit kun je afleiden dat ⓐ en ⓓ niet essentieel verschillen.
Hetzelfde geldt voor ⓑ en ⓒ.
En ⓐ en ⓑ?
In ieder geval zijn ⓐ en ⓑ niet 'draaigelijk' zoals ⓐ en ⓓ. Maar ⓐ kan ook omgeklapt worden en omdat de 'achterkant' van ⓐ ook uit vier roosterblokjes bestaat, kun je ⓐ en ⓑ 'omklapgelijk' noemen.
Nu, hier is de oplossing:



U ziet dat we twee figuren die 'draaigelijk' zijn, niet hebben opgenomen, maar 'omklapgelijke' figuren wel.
Zo zijn 6 en 7 'omklapgelijk'.

② *En nu met vijf roosterhokjes?*
We maken dezelfde keuze. De oplossing is dan:



Tenslotte dit: stel dat we zowel 'draaigelijke' als 'omklapgelijke' figuren niet essentieel verschillend vinden; hoeveel figuren kun je dan maken met 4 en met 5 roosterhokjes?

Het antwoord is respektievelijk: 5 en 12.
Overigens zal duidelijk zijn dat de sistematisering van de oplossingen op meerdere manieren kan gebeuren.

variabel blok

INHOUD

5.1 inleiding en leeswijzer

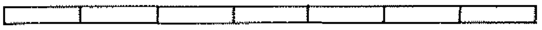
FRED GOFFREE

Het is niet onmogelijk dat u zich het variabel blok uit het tweede nummer van deze jaargang herinnert. Naar aanleiding van het *witkarrenwerk* in klas 2, *de kombinatorische problemen* in klas 4 en een poging in de hoogste klas om greep te krijgen op *het verschijnsel van dag en nacht,* werd het modelmaken tot Leitmotiv van de leeswijzer. We merkten toen op dat in het wiskundeonderwijs aan minstens twee kanten van het modelmaken aandacht besteed zou moeten worden.
In de eerste plaats aandacht aan het *werken binnen een* gegeven, wiskundig, *model.* Men moet zich dan een goede voorstelling van zaken kunnen maken, de afspraken precies nakomen en de juiste taal spreken.
Daarnaast komt echter, in de tweede plaats, een veel moeilijker onderwijs- en leeropgave: *het kreëren van het model.* De realiteit, waarbinnen een bepaalde problematiek om een oplossing vraagt, moet op een zeker ogenblik binnen het bereik van onze wiskundige middelen gebracht worden. Daarvoor is een kreatieve, fleksibele aanpak nodig. En daar de toepasbaarheid van de wiskunde – die je op school kunt leren – in het bizonder te maken heeft met dit modelmaken, vergt het wiskundeonderwijs heel wat van de leerkracht.
Niet alleen in het wiskundeonderwijzen naar moderne opvattingen, ook in het traditionele rekenonderwijs hebben we te maken met modellen: didaktische, rekenkundige, denk- en werkmodellen.

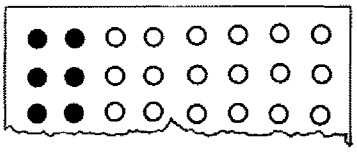
Neem nu bijvoorbeeld het leerstofgebied van de *breuken* en de *verhoudingen.* (In de volgorde waarin deze onderwerpen meestal in de rekenboekjes voorkomen.) De voorbeelden liggen hier voor de hand. Kijkt u maar!

① *Meten*

Na het vergelijken van bepaalde objekten (bijvoorbeeld stokken) met betrekking tot een gegeven grootheid (bijvoorbeeld lengte) wil men van elk objekt afzonderlijk iets over de lengte zeggen. Via een afgesproken eenheid (bijvoorbeeld centimeter) voegt men dan getallen aan de stokken toe. Deze getallen geven de verhouding aan tot de gekozen standaard (bijvoorbeeld 7 x 1 cm).

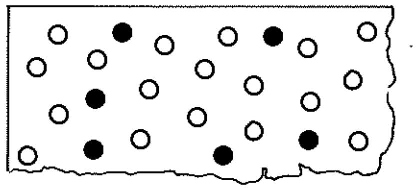


② *Stippen tellen (1)*



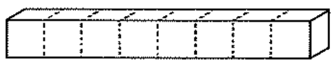
Indien de hele kaart deze struktuur vertoont, dan zijn 2 van de 8 stippen zwart.

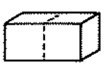
③ *Stippen tellen (2)*



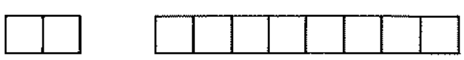
Ook in een onregelmatig patroon kan men besluiten tot: $\frac{2}{8}$ deel van de pepernoten is zwart.

④ *Cuisenaire*

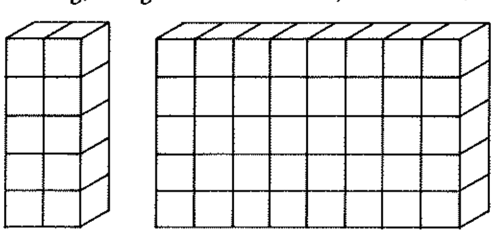


Eerst noemde je dit staafje: 'acht'. Als evenwel dit staafje  'een' genoemd wordt, dan heet de lange ineens 'vier'.

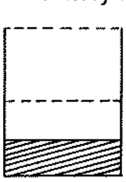
⑤ *Muurtjes*
Cuisenaire heeft hieraan niet gedacht. Anderen wel:



Dit zijn de plattegronden van muurtjes. De ene is 2, de andere 8. Zijn ze in beide gevallen echter 5 steenlagen hoog, dan geldt: de ene is 10, de andere 40.

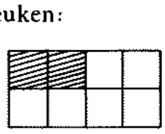


⑥ *Vloeistof in een glas*



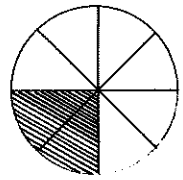
Dit glas is voor $\frac{2}{8}$ deel gevuld.

⑦ *Oppervlakte*
De vorige breuk (verhouding) betreft weliswaar inhoud, maar wordt lineair (hoogte) afgelezen. Dit is ook het geval bij de reeds zo vaak (en imaginair) verdeelde reep. Het kan ook anders in onze lessen over breuken:



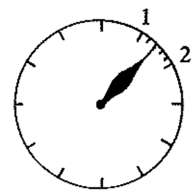
2 van 8 ($\frac{2}{8}$)

⑧ *De pannekoek*
Nog bekender dan de reep, maar niet lineair, is het breukmodel van de cirkel:



$\frac{2}{8}$ deel

⑨ *De klok*
Ook een cirkel en toch lineair:

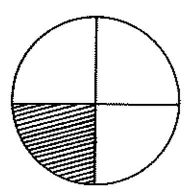


De kleine wijzer legde $\frac{2}{5}$ deel van een heel uur af ....

⑩ *Toverballen*

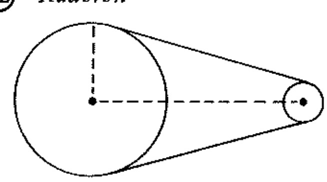
Twee van de acht toverballen zijn rood. De kans op een rode bal is kleiner dan op een witte. De kans is $\frac{2}{8}$.

⑪ *Tol*
Je kunt die kansen laten zien op een tol:



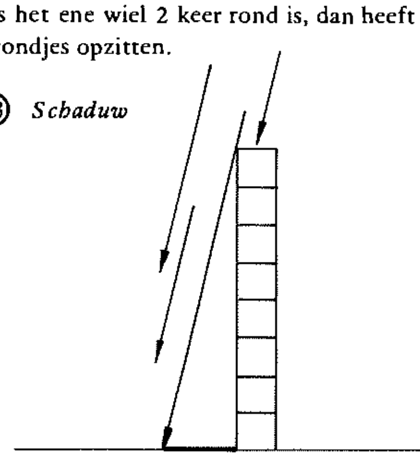
De reuk van de pannekoek komt weer in herinnering.

⑫ *Raderen*



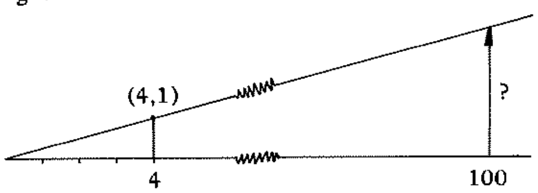
Als het ene wiel 2 keer rond is, dan heeft de kleine er 8 rondjes opzitten.

⑬ *Schaduw*



Is de schaduwlengte $\frac{1}{4}$ deel van de paallengte, dan geldt die verhouding, op dit moment op deze plek op aarde, steeds.

(14) *Opblazen*
De vaste hoek (van de zon) in het vorige geval leidde tot vaste verhoudingen. Daarvan maakt men nog wel eens gebruik:

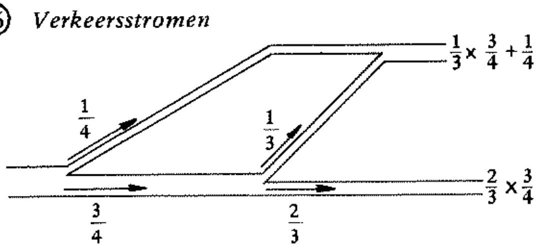


Lees maar af (meet desnoods): $\frac{1}{4}$ deel = $\frac{25}{100}$ deel.
Met dit verhoudingen-denkmodel zijn de procenten en de goniometrie in zicht gekomen.

(15) *De afstand* op de kaart is 5 cm, in werkelijkheid is ze echter 5 km. Als je wilt kun je dat aldus noteren:

$$\left|\begin{array}{ll} 5 & 500.000 \\ 1 & 100.000 \end{array}\right|$$

(16) *Verkeersstromen*



* * *

Met deze vrij willekeurige greep kunnen we het wel doen. Breuken en verhoudingen spelen niet een bescheiden rol in het wiskundig denken. Evenmin trouwens in het rekenonderwijs. Het verschil tussen de twee, *het wiskundig denken* en *het onderwijs om dit te leren*, is nu dacht ik, duidelijk.
In het eerste geval is men bezig bepaalde problematieken binnen het eigen wiskundig bereik te brengen: matematiseren, of, hier beter: *geometriseren*. En daarbij spelen verhoudingen en breuken een rol.
Het onderwijs betreffende dit onderwerp speelt zich momenteel evenwel af binnen het matematische model: je leert snel even het wiskundige taaltje en de bijbehorende regels en probeert door veel oefening een klein, dom rekentuigje te worden.

In het voor u liggende *variabel blok* besteden we juist aandacht aan het leren modelmaken, het geometriseren van en denken in verhoudingen.
In *'Stroken en balken'* (5.2) laat *Jan van den Brink* zijn tweedeklassers kennismaken met het verhoudingsbegrip. Dit is gematerialiseerd in papieren stroken. Binnen dit papieren model-materiaal moeten de kinderen eerst vertrouwd raken met belangrijke betekenissen (zie bijvoorbeeld (4) en (5)). Daarna worden de stroken ineens simbolen in allerlei situaties: stukken weg tussen twee wegwijzers op waterland, een afgelegde weg van een wijzer op de klok ((9)), de plaats van de bladwijzer in het voorleesboek, de hoogte van een vloeistofkolom nadat er iets van de vloeistof uitgegooid is, de opgehaalde oude kranten en de wachttijden bij de kassa van de supermarkt. Zelfs de toverballen ((3), (10), (11)) en de raderen ((12)) worden 'omgedacht' – gegeometriseerd – in het strokenmodel.

* * *

'Sterren stralen overal', zegt *Hans ter Heege* in **5.3**. Het betreft een stukje onderwijs voor de vierde klas, waarin het tellen van grote hoeveelheden uitgangspunt is voor het matematiseren van 'efficiency'. Het geweldige aantal sterren op het werkblad noodt niet uit tot een volledige telling. Eerder is men geneigd eens rustig na te denken over de te volgen strategie. Dan blijkt dat snelheid en nauwkeurigheid bij het tellen tegenstrijdige belangen zijn.
In het kiezen van een goede strategie moet de juiste verhouding tussen beide bekeken worden. En deze verhouding is, jammer genoeg, nog niet matematiseerbaar. Dat is wel het geval in één van de gekozen strategieën ((14)), waarin de onnauwkeurigheid van het gedeeltelijk tellen naar verhouding wordt 'opgeblazen'.
Ook in het tweede stukje van *Hans ter Heege* (**5.4**: *Jan-jaap, onze bakkersjongen*), dat over plattegronden, kaarten en roetes handelt, komt een belangrijk aspekt van verhoudingen naar voren ((15)).
Leen Streefland (**5.5**: *Tijd, afstand en snelheid op onze aarde)* vervolgt zijn reeds in het eerste nummer van deze jaargang aangevangen serie. In vorige leeswijzers mocht ik u al wijzen op de diverse momenten dat een verhoudingsbegrip (en beschrijvingstaal) zou kunnen funktioneren. Ook in dit laatste artikel is dit haast onvermijdelijk.
Voor de lezer, die geïnteresseerd is in een vertikale planning van leerervaringen (bijvoorbeeld begripsvorming ten aanzien van de verhoudingen), moet het een genoegen zijn de lijn van 'het strokenmodel' door te trekken naar de hier aangeboden problemen.

Tenslotte weer enige *'Doe-ideeën'* van *Ed de Moor* (**5.6**).
Over zijn verhouding tot de meetkunde behoef ik u wel niets meer te vertellen. Hopelijk wilt u aan zijn verzoek hem iets van uw ervaringen te vertellen, voldoen.

5.2 stroken en balken

Verslag van het gebruik van stroken en balken in de tweede klas van de ontwerpschool. Toepassingsmogelijkheden en 'gevaren'.
De werkbladen 6, 7, 8, 14, 16, 17, 18 en 19 staan, op gebruiksgrootte en uitneembaar, afgedrukt in het LOS BLOK *(pag.* 471).

JAN VAN DEN BRINK

▶ **INLEIDING**

Publikaties van sovjet-psychologen[1]) zijn een stimulans geweest voor het ontwikkelen van het onderwerp *'stroken en balken'*. Globaal gaat het in deze publikaties om twee zaken:

* het onderwijzen van *relaties* tussen *grootheid* (inhoud van een glas water bijvoorbeeld), de gebruikte *maateenheid* (bijvoorbeeld een kopje) en het gevonden *getal* (bij die bepaalde inhoud en maateenheid);
  het *verhoudingsaspekt* van het getalbegrip wordt dus sterk beklemtoond;
* naast deze relaties schenkt men veel aandacht aan het *simboliseren* met behulp van tekeningen, stroken en (uiteindelijk) letters.

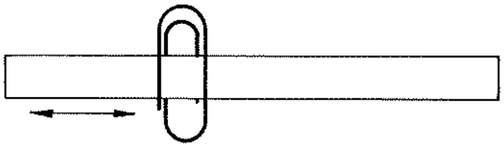
Enkele maanden geleden stelden we ons ten doel gelijksoortige onderwerpen in het programma van klas 2 te zoeken en zo mogelijk nieuwe onderwerpen in die sfeer te ontwikkelen.
We hielden eerst gesprekken met kinderen en maakten daarna werkbladen. Een flink aantal van deze werkbladen zijn door de onderwijzeressen behandeld in de klas.
Hieronder volgt nu een werkverhaal aan de hand van verkleinde werkbladen. Op deze wijze proberen we onze bevindingen met het onderwerp in te leiden. Wellicht volgen in een latere aflevering van dit bulletin meer artikelen over 'stroken en balken'.

* * *

▶ **RELATIES TUSSEN GROOTHEID – MAATEENHEID – GETAL**

(1) Stroken als hulpmiddelen bij de hoofdbewerkingen[2])

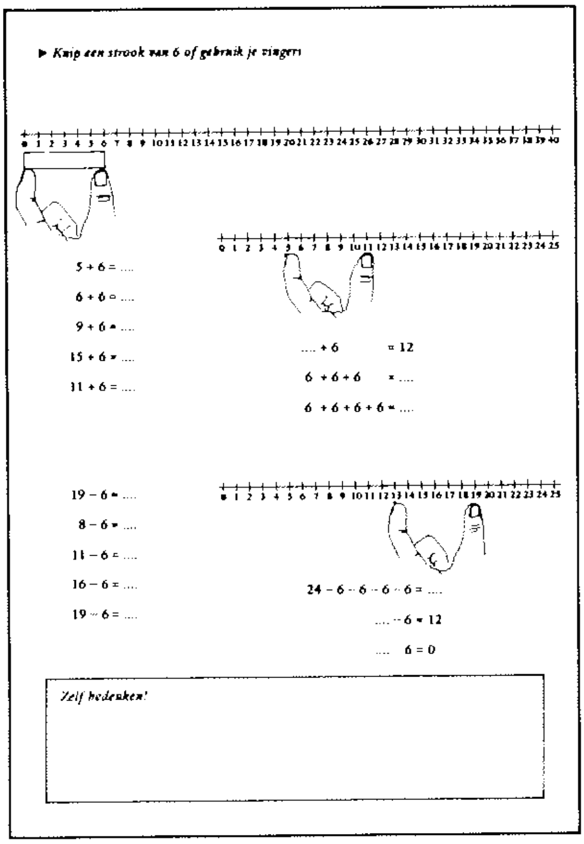
* Stroken kunnen gebruikt worden als 'mechaniekje' om som, verschil, produkt of quotiënt van twee getallen te vinden.
* Gebruik een strook waarop een paperclip als 'loper' dienst doet en laat steeds het gewenste stuk afpassen.



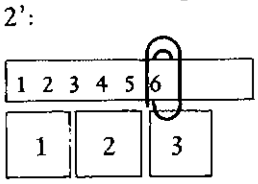
[1]) Onder andere:
V.V. Davydov – Psychologische mogelijkheden van jonge leerlingen bij het leren van wiskunde (moskou, 1969 – vertaling H. Freudenthal, 1974).

[2]) Met dit onderwerp zijn we van start gegaan.

WERKBLAD 1

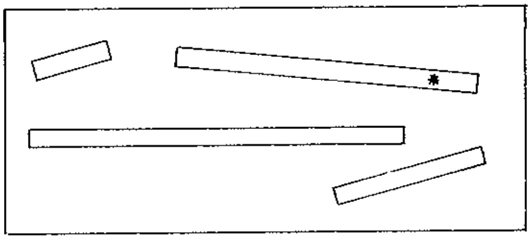


* Op de getallenlijn voor de klas is de 'strook van 6' plotseling een 'strook van 2':



Een opdracht als *'maak een strook van 4'*, kan dus stroken van verschillende lengte opleveren. Dit is afhankelijk van de getallenlijn die men gebruikt.

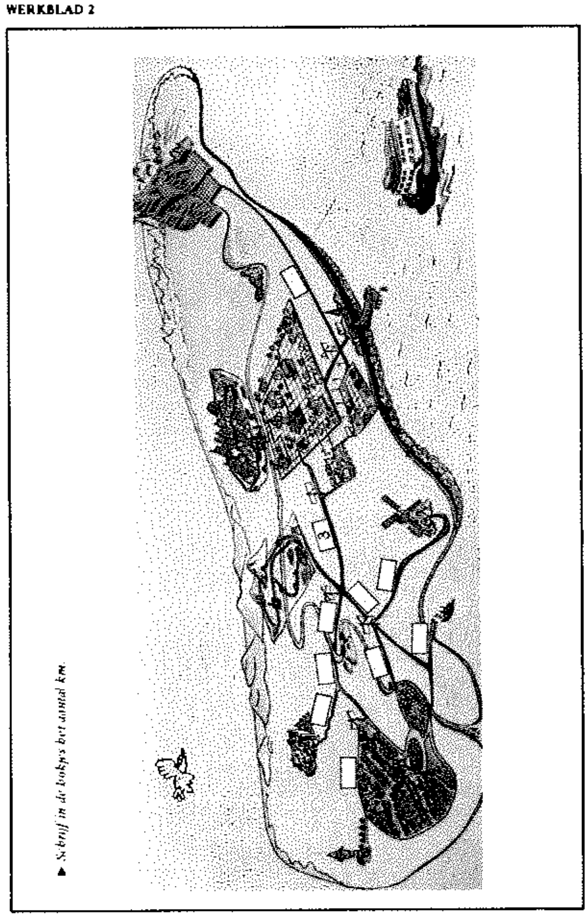
② **Verhoudingen** (stroken onderling vergelijken)



* 'Hier heb je een aantal stroken.'
  'Welke is de grootste? welke komt daarna?', enzovoorts.
  'Deze strook is 4' (de strook met het sterretje); 'hoeveel zijn de andere?'
  Een leerling:
  'Deze strook is de helft van de helft en moet dus 1 zijn, want deze is 4.'
* Het *toevoegen van getallen* aan grootheden kan op twee manieren worden ingeleid.
  - De wegen van waterland (*werkblad 2*) op het oog gemeten.
  - De stroken als plattegrond van te bouwen muurtjes voorstellen. Met torens van blokjes worden muren gebouwd. Op het vierkantje (linksboven in het werkblad) staat de ene keer een toren van 1 blokje hoog en de andere keer een toren van 100 blokjes hoog *(werkblad 3)*.
* *Voortzettingen in het onderwerp verhoudingen*
  - *De klok (werkbladen 4, 5 en 6)*
  De verhouding tussen de afgelegde wegen van de grote en de kleine wijzer.

  Een leerling merkte op:
  'De klok kun je ook gebruiken voor de maanden van het jaar. Januari is dan één. Vier is dan één april.'
  'En tussen vier en vijf (uur)?', vroeg juf.
  'Midden april.'
  'April heeft 30 dagen', zei juf, 'welke dag is midden april dan?'
  '15 april.'

WERKBLAD 2



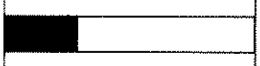
WERKBLAD 3

$\boxed{1}$

$\boxed{100}$

$2 + 2 = 4$

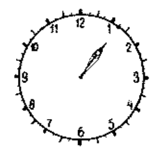
$200 + 200 = 400$



WERKBLAD 5

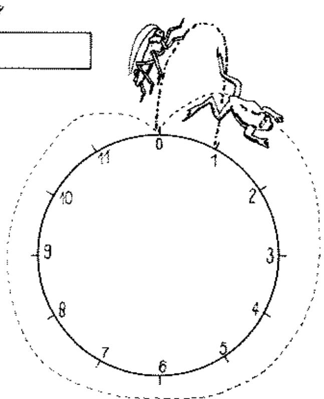
▶ *Teken de grote wijzer.*

▶ *Schrijf de tijd op.*

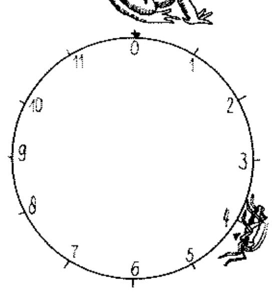


WERKBLAD 4

▶ *Waar komen ze elkaar tegen?*

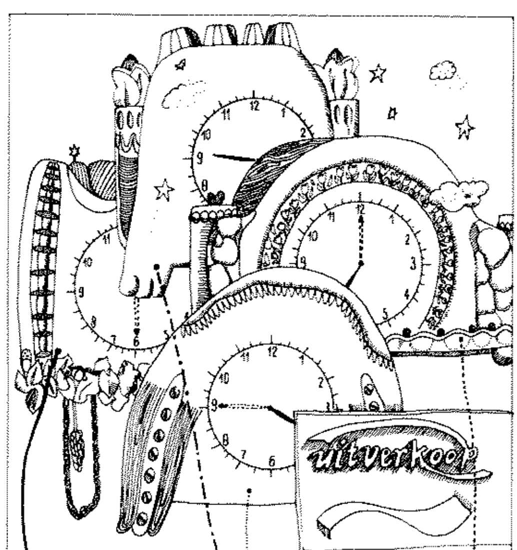


▶ *Hoeveel rondjes maakte de kikker?*



WERKBLAD 6 DE KLOKKENWINKEL

▶ *Hoe laat staat elke klok?*



· *Het voorleesboek (werkblad 7)*
Dit boek is eveneens een voortzetting van het onderwerp *verhoudingen en stroken.*
Het is wel nodig, dat juf een boek van ongeveer dezelfde omvang als het getekende eksemplaar heeft en dat een leerling daarin een boekenlegger op de *'juiste'* plaats legt.
Het *gevaar* bestaat namelijk dat de kinderen op de tekening gaan *meten*, terwijl juist drie verschillende *schalen* gegeven zijn: de getallenlijn, het getekende boek van 90 bladzijden dik en de strookverdeling die ook een verschillende maateenheid heeft.
De bedoeling is om op het oog, 'meetkundig', een verdeling te maken en die verdeling daarna 'numeriek' te beschrijven.

③ **Relatie tussen optellen en aftrekken** *(werkblad 8)*

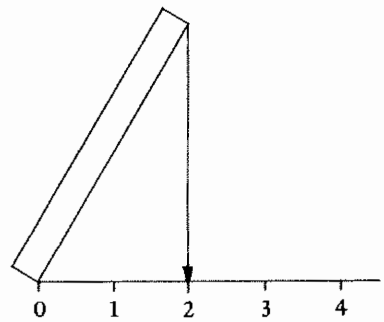
* 'Vliegt die vogel weg of komt hij net aan?'
  Deze plaatjes zijn voor twee interpretaties vatbaar; het derde plaatje zelfs voor meer dan twee.
  Elke interpretatie levert een opgave op. Beide opgaven hebben iets met elkaar te maken.
  Laat het mannetje op het onderste plaatje eerst de balk neerleggen en daarna opnemen. Het is namelijk niet altijd even duidelijk voor de kinderen waar de balk terecht komt.
* *Voortzetting (werkblad 9).*
  Hier kan een begin gemaakt worden met *letterrekenen*, omdat deze opgaven allemaal voldoen aan de formele relatie:

$$\underbrace{\boxed{\quad a \quad}\boxed{\quad b \quad}}_{c} \qquad a + b = c \Leftrightarrow c - a = b$$

Het is mogelijk dat de kinderen deze relatie in alle getalsmatige opgaven herkennen. De relatie is dan *geformaliseerd* en kan desnoods *geformuleerd* worden in stroken of letters.
Het gevaar van een te snelle abstraktie naar het letterrekenen is echter niet denkbeeldig. De kinderen kunnen vervallen in een 'formulisme' zonder ontdekt te hebben dat de formule iets vertelt over de relatie tussen optel- en aftrekopgaven.

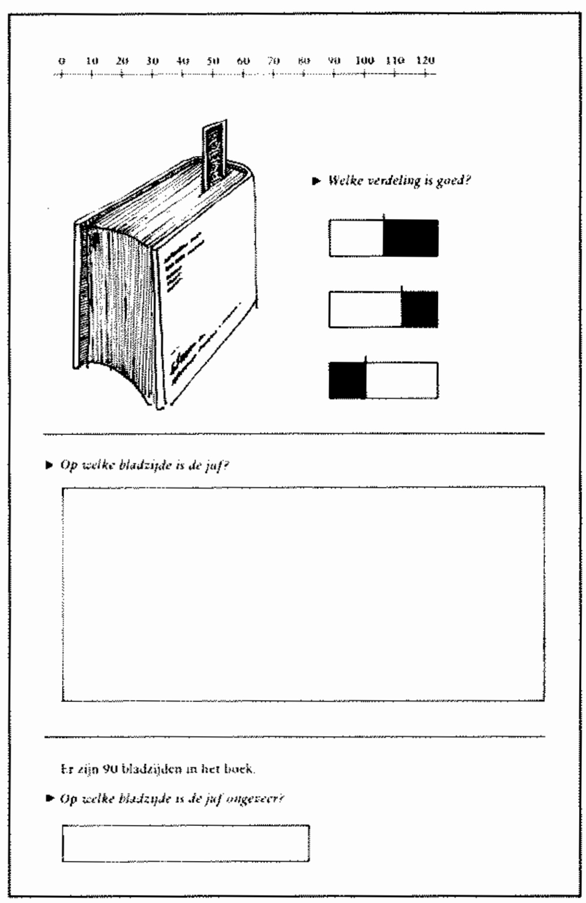
④ **Balken op de getallenlijn leggen** *(werkblad 10)*
Een andere voortzetting is het plaatsen van balken op de getallenlijn. Niet om te meten — zoals onder ① beschreven — maar om relaties tussen de lengte van de balk en de maateenheden aan te geven.

* Het 'scharnieren' van de balk is niet altijd duidelijk.
  Sommige stellen het zich aldus voor:

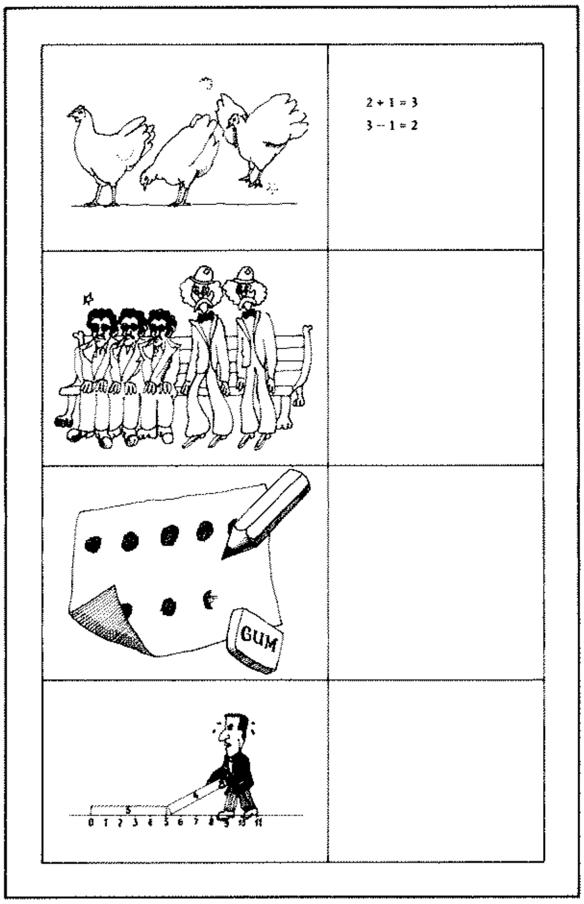


* In *werkblad 11* is aan één balk een getal toegevoegd, zoals ook bij het vergelijken en knippen van stroken (zie ②).

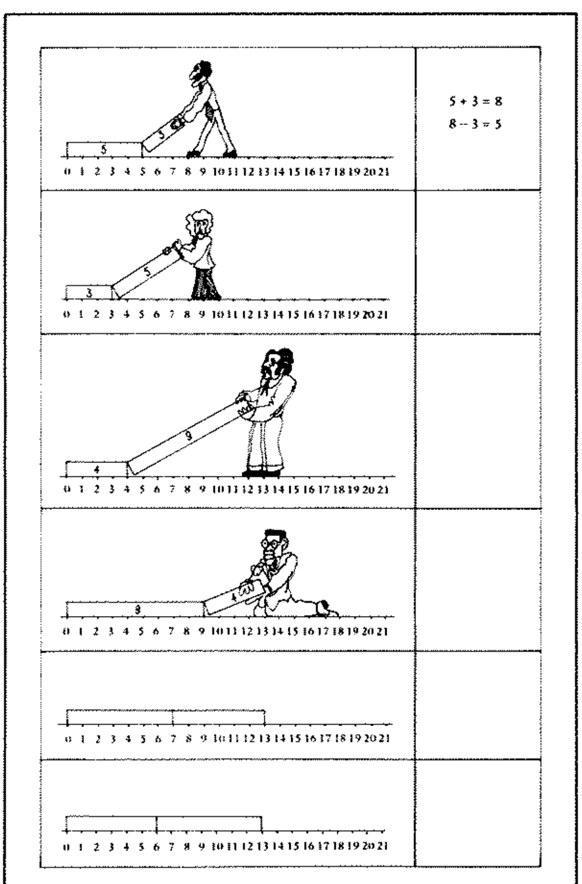
WERKBLAD 7



WERKBLAD 8

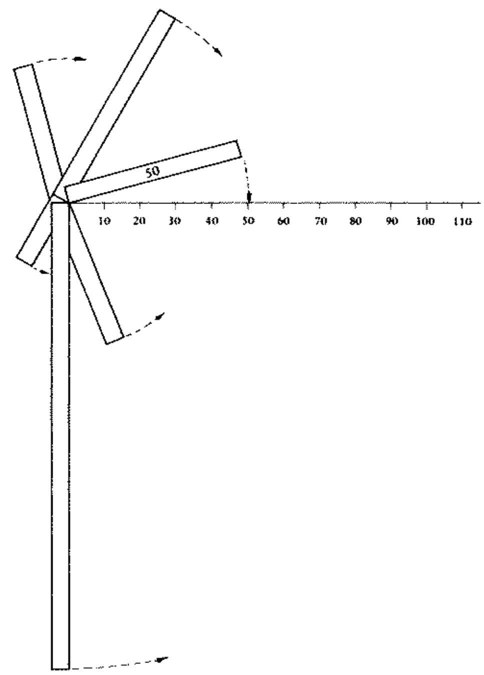


WERKBLAD 9



WERKBLAD 10

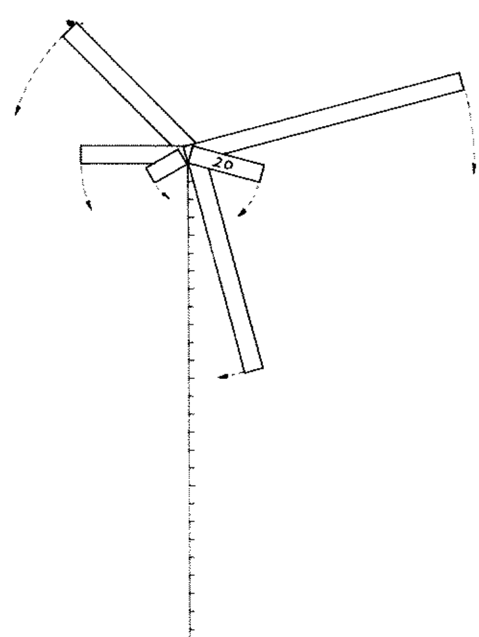
► *Schrijf getallen in de balken.*



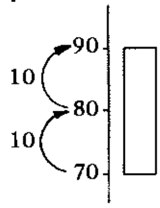
WERKBLAD 11

► *Maak de getallenlijn.*

► *Schrijf getallen in de balken.*



* Sommige kinderen meten in *werkblad 12* de balk niet vanaf 0, maar tellen de stappen vanaf 70:



* In *werkblad 13* vindt u een herhaling van het bouwen van muren (zie werkblad 3). Hier wordt echter uitsluitend het *lineaire* aspekt beklemtoond.

* * *

▶ SIMBOLISEREN

De stroken zijn vanuit strikt wiskundige motieven ingevoerd: als hulpmiddel bij de hoofdbewerkingen, bij het meten met en vergelijken van verschillende schalen, om verhoudingen aan te geven, om relaties tussen optellen en aftrekken te representeren. Kortom, tot nu toe was er sprake van nogal *formele* aktiviteiten: getallen toevoegen aan stroken, stroken ordenen, en dergelijke.

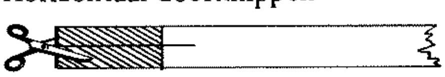
De vraag rees of het niet mogelijk was de stroken te gebruiken om allerlei situaties en verschillende grootheden (inhoud, oppervlakte, gewicht, en dergelijke) te *simboliseren*.

Na het formele werken met stroken zijn toepassingen op het gebied van simboliseren ontwikkeld.[1]) We beschrijven enkele werkbladen.

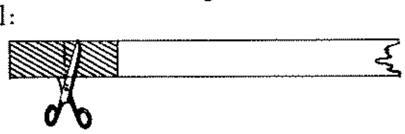
⑤ Inhoud, prijs, gewicht en stroken *(werkblad 14)*

* *Twee fundamentele opmerkingen*
  - De kinderen moeten de strook hier *niet* als *maatlat* gebruiken. In het vat geldt immers een andere maateenheid dan bij de strook (zie ook: het voorleesboek – werkblad 7).
  - Van de *strook zelf* representeert *niet* de *oppervlakte,* maar uitsluitend de strook*lengte* de inhoud (hoogte) van de vloeistof in het vat.

  Horizontaal doorknippen



  is derhalve minder geschikt dan vertikaal:



Het probleem ligt wiskundig in het gebruik van verschillende afbeeldingen: de maat enerzijds en de multilineaire funkties anderzijds.

* Laat *eerst* de stroken *tekenen* (meetkundig aspekt) en daarna, door de stroken te vergelijken, getallen invullen (rekenkundig aspekt).
* *Voortzetting (werkblad 15).*

⑥ Zich een verhaal realiseren *(werkblad 16)*

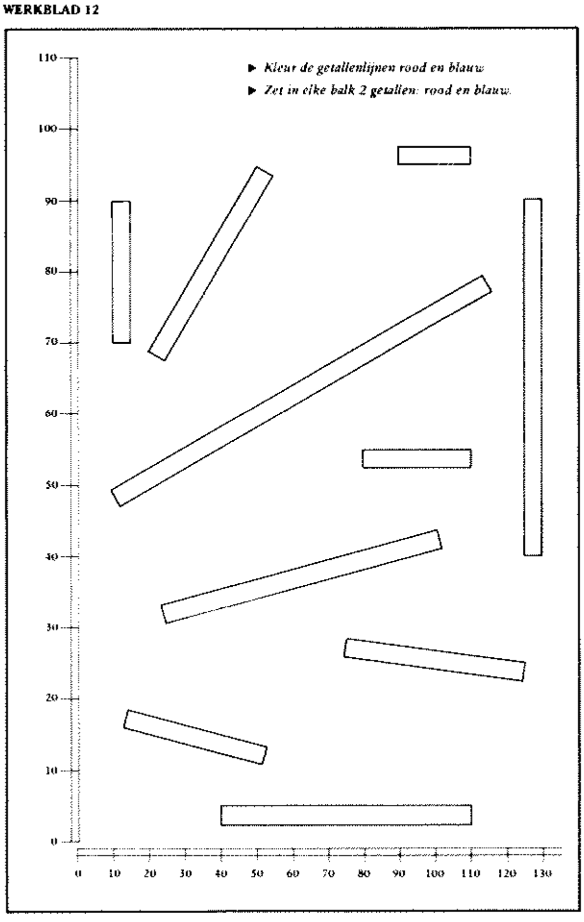
> 'Hans deelt zijn reep chocola met johan. Johan deelt het stuk met zijn zus en broer. Als zij het papier er af haalt vindt zij drie stukjes.
> Hoeveel stukjes zaten er in de hele reep?'

* Dit verhaal is een 'ingeklede vergelijking'. De gezochte onbekende x in de vergelijking $\frac{1}{6}\,x = 3$, is de grootste strook in het strokenschema op het werkblad.

  De vergelijking $\frac{1}{6}\,x = 3$ en het strokenschema zijn beide (substantiële) realisaties van het verhaal, waarin een oplossing is te vinden.

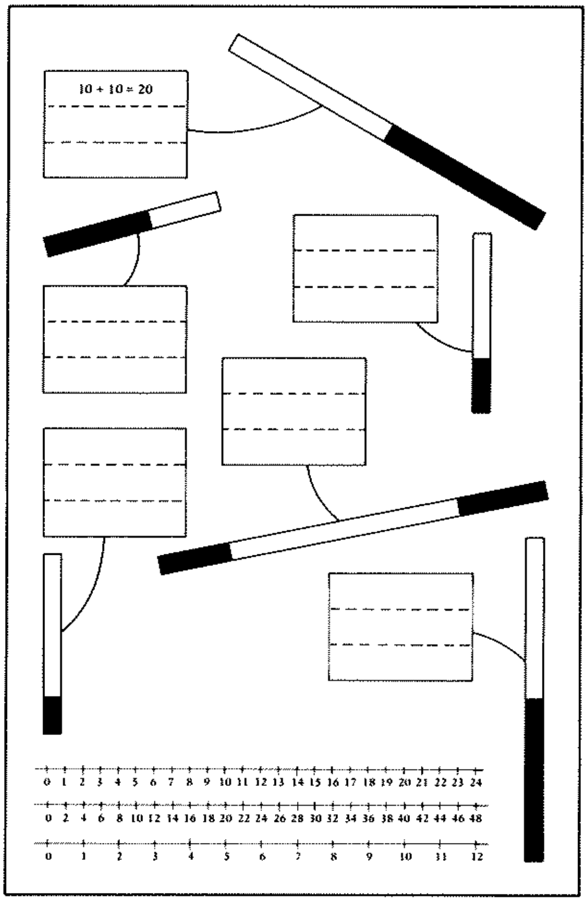
  Deze vormen van simboliseren (substantiële realisaties) moeten we de kinderen bewust aanleren.

WERKBLAD 12

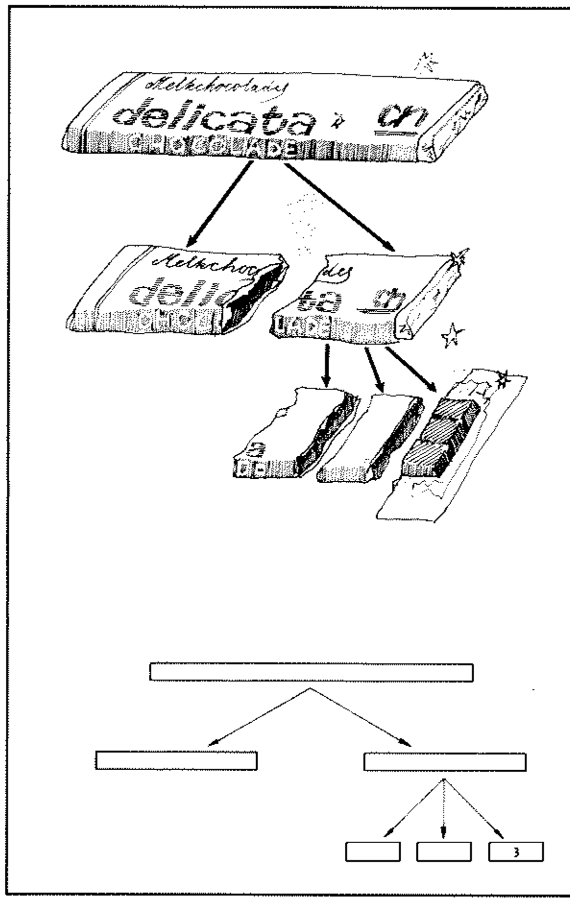


[1]) Het is mogelijk dat deze volgorde in de aanbieding niet de juiste is geweest. Nader onderzoek dient te volgen.

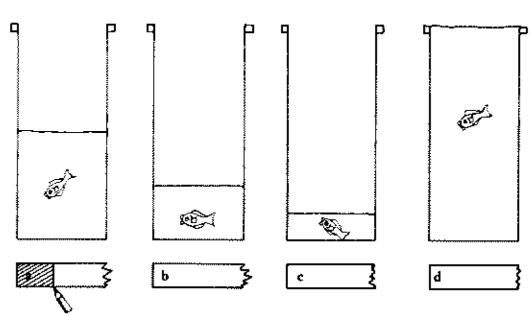
WERKBLAD 13



WERKBLAD 16



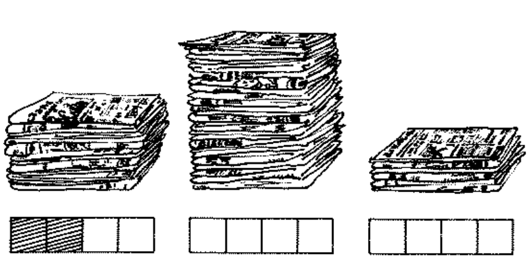
WERKBLAD 14



.... liter	.... liter	.... liter	.... liter
.... guldens	.... guldens	.... guldens	.... guldens
.... kilo	.... kilo	.... kilo	.... kilo

WERKBLAD 15

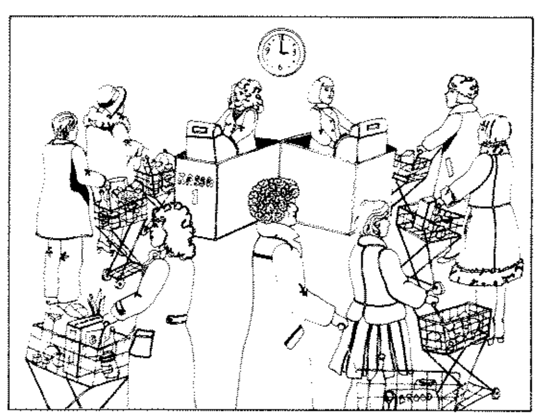
Oude kranten

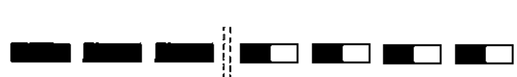


.... kranten	.... kranten	.... kranten
.... kilo	.... kilo	.... kilo
.... cent	.... cent	.... cent

WERKBLAD 17

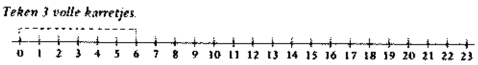
▶ *Achter welk rijtje ga jij staan?*
▶ *Waarom?*



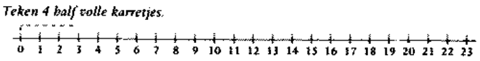


Een vol karretje is in ongeveer 6 minuten leeg.

▶ *Teken 3 volle karretjes.*



▶ *Teken 4 half volle karretjes.*



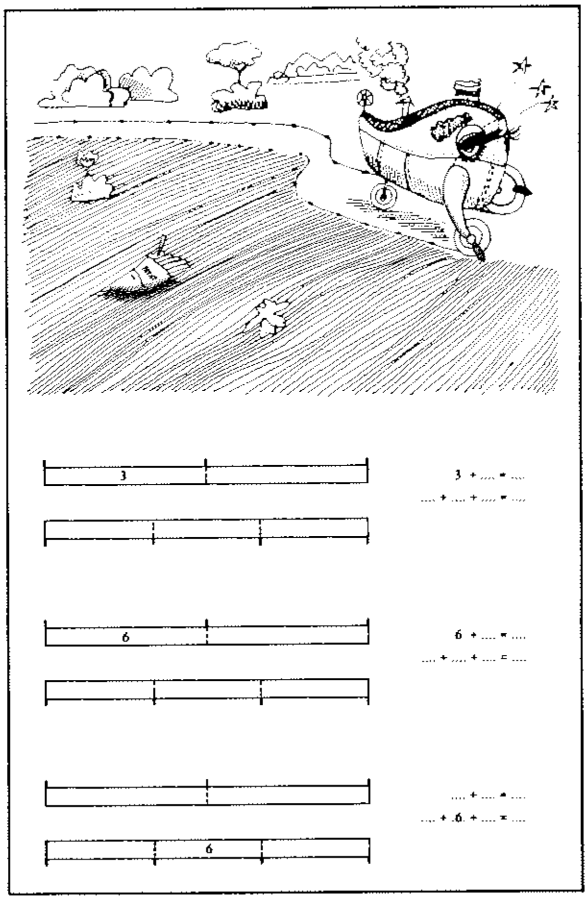
(7) 'Onzekere' situaties met balken simboliseren *(werkblad 17)*

* *Vragen*
  - 'Achter welke rij ga jij staan? Waarom?'
    De kinderen zullen hun keus gemakkelijk beargumenteren – probeert u het maar eens in uw klas!
  - 'Met welk karretje in de andere rij word je tegelijk geholpen?'
* U kunt de situatie ook *simuleren*, door stroken te laten maken, waarvan de lengte de wachttijd simboliseert.
* Een andere 'onzekere' situatie vindt u op *werkblad 18*.

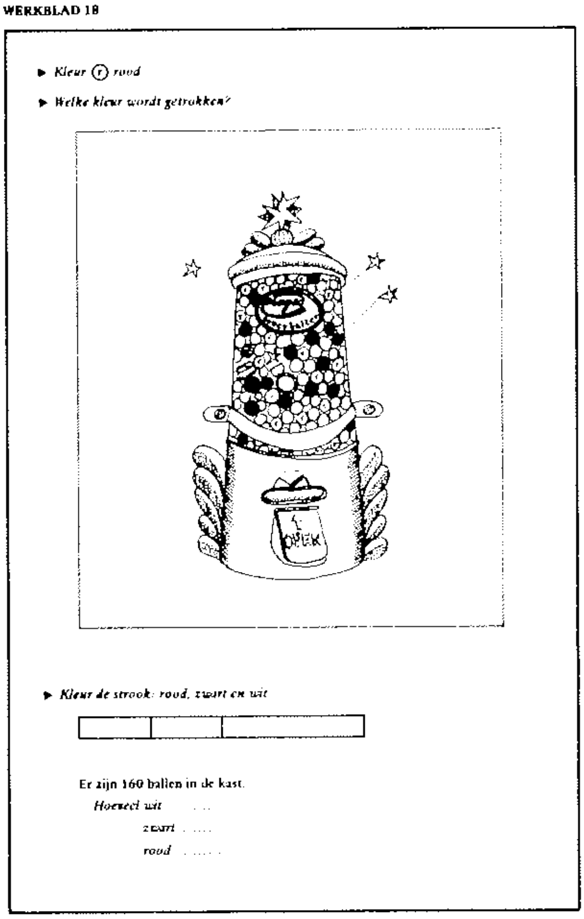
(8) Sporen en stroken *(werkblad 19)*

* Meten van een vaste lengte met verschillende wielen.
* Hoe kleiner het wiel (maateenheid), hoe groter het aantal omwentelingen om een vaste lengte af te leggen.
  Zie ook *werkblad 20*.
* *Voortzettingen*
  Stroken gebruiken bij het klassifiseren, ordenen en opereren van en met *breuken*.

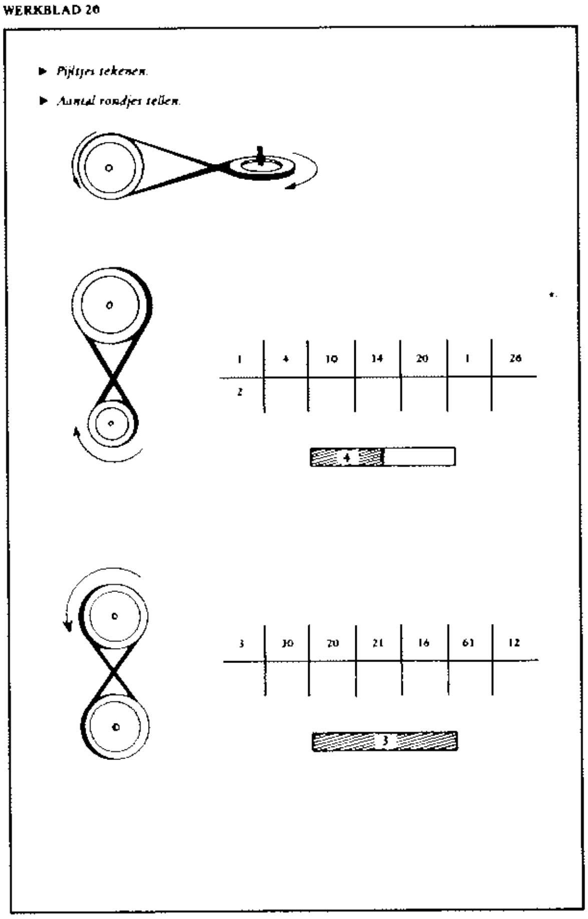
WERKBLAD 19



WERKBLAD 18



WERKBLAD 20

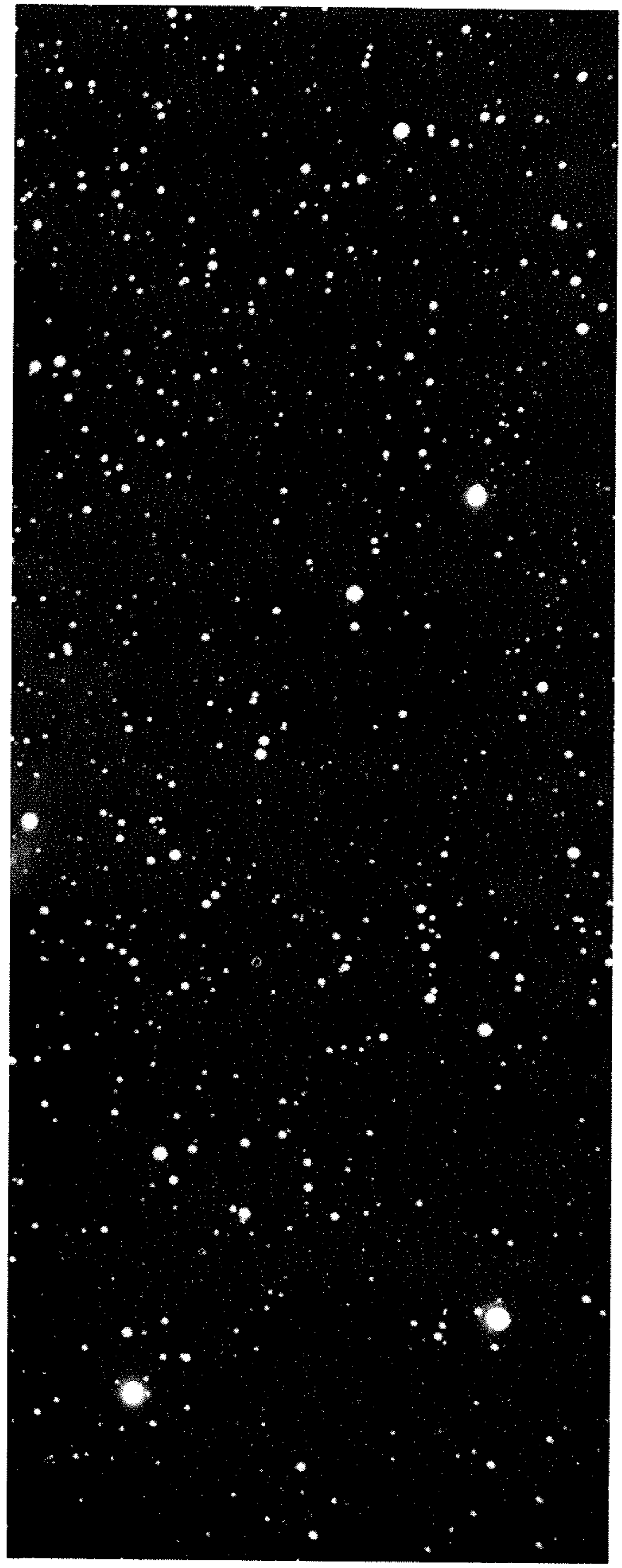


5.3 sterren stralen overal

RAAD- EN TELWERK IN DE MIDDENBOUW

De werkbladen staan, op gebruiksgrootte en uitneembaar, afgedrukt in het **LOS BLOK (pag. 474).**

HANS TER HEEGE



Wie bij heldere nacht de hemel bekijkt, met het blote oog of met een kijker, zal gauw onder de indruk raken van wat hij ziet: ontelbare sterren, schijnbaar willekeurig in de ruimte gestrooid.
Dankzij moderne teleskopen weten we, dat het aantal sterren dat wij met het blote oog kunnen zien slechts een klein deel van het totaal aantal sterren uitmaakt.

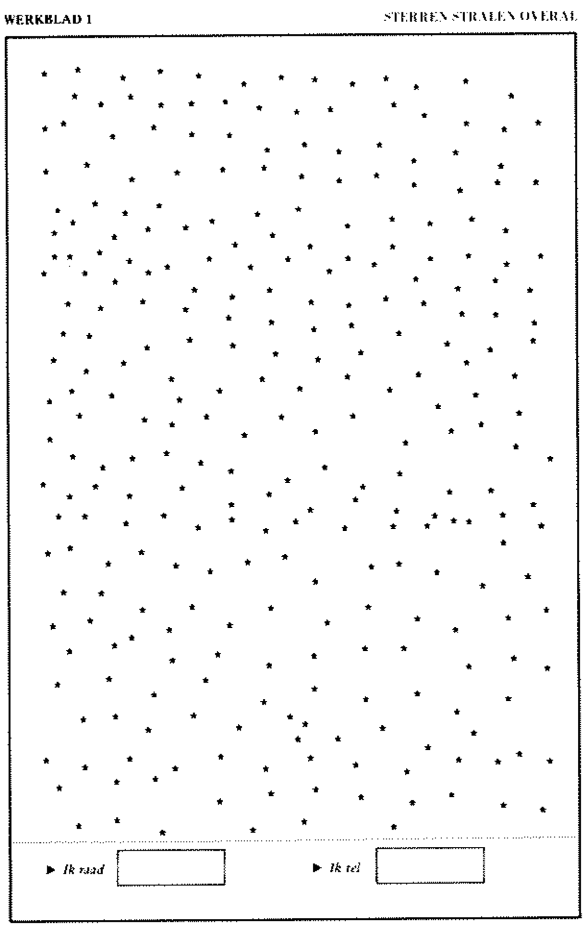
Na een korte inleiding over de sterrenhemel delen we het eerste werkblad uit.

★ *Hoeveel sterren zullen er op het werkblad staan, denk je?*

De antwoorden zullen erg uit elkaar liggen. We schrijven een paar gissingen op het bord. Vervolgens gaan we na welke raadstrategieën de leerlingen er op na hebben gehouden.

★ *Hoe kom je erbij dat 100 zeker te weinig is en 800 zeker te veel?*

★ *Je kunt natuurlijk wel zomaar wat raden, maar misschien kun je ook wat slimmer raden, zodat je een grotere kans hebt om in de buurt van het juiste aantal te komen. Wie heeft een idee?*



Er zijn voldoende raadstrategieën te bedenken. Een voor de hand liggende is deze:
- we tellen er ergens 25, we omkringen het gebied waarbinnen die 25 sterren zitten;
- vervolgens schatten we hoeveel keer het omkringde gebied in het hele sterrengebied gaat;
- tenslotte voeren we de vermenigvuldiging uit.

Omdat we willen nagaan of serieuze schattingen inderdaad in de buurt van het werkelijke aantal sterren komen, gaan we over tot een nieuwe opdracht.

★ *Tel het aantal sterren op het werkblad eens heel precies.*

Dit is een tijdrovend werkje, waarin de ene leerling veel meer bedreven is dan de andere. Dit is onder meer een gevolg van de verschillende telstrategieën. Sommige leerlingen tellen chaotisch, soms zelfs meerdere strategieën door elkaar gebruikend, andere zijn konsekwent en hanteren bijvoorbeeld óf een aftel- óf een groepeermetode.
We inventariseren de telresultaten op het bord. Kleine 'vergissingen' vallen ons daarbij op:
- één te weinig of te veel
- tien te weinig of te veel geteld.

Het is verbazingwekkend te konstateren hoe de telresultaten onderling nog variëren.
Dan bespreken we de gevolgde telstrategieën door van iedere strategie een beginnetje aan te geven.

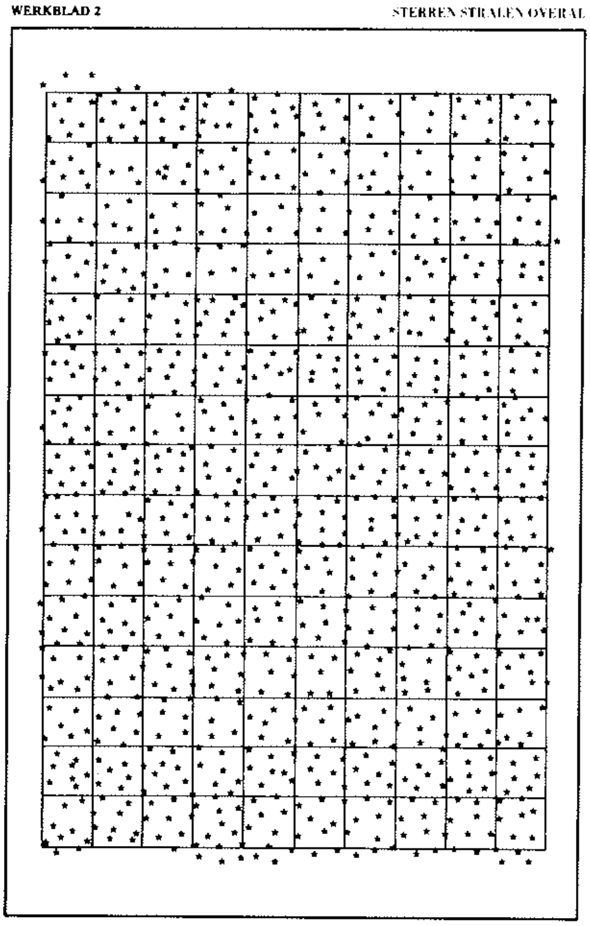
★ *Is er een handigste telstrategie? Een vlugste? Een nauwkeurigste?*

★ *Is het belangrijk voor sterrenkundigen om precies het aantal sterren te weten?*
Is het belangrijk voor dierenbeschermers om precies het aantal walvissen in de ijszeeën te weten?
Is het belangrijk voor radioverslaggevers om precies het aantal bezoekers van de voetbalwedstrijd te weten?

Het antwoord op elk van de vragen zal uiteraard in de meeste gevallen *'nee'* zijn. Vaak is het belangrijker om een nauwkeurige *indruk* te hebben. We zoeken dus eigenlijk naar metoden die het tijdrovende, en soms onmogelijke, tellen onnodig maken. We zullen moeten gaan gissen. Maar wel: *slim gissen*.

We delen nu *het tweede werkblad* uit. Ook dit stelt een deel van de sterrenhemel voor. Er is een rooster over gelegd door iemand die vrij nauwkeurig wil weten hoeveel sterren er op het blad staan.

★ *Wat heb je eraan? Hoe kun je zo het aantal sterren op dit blad bij benadering weten?*



De leerlingen zullen suggesties doen als: 'tel per hokje het aantal sterren en ga vervolgens de resultaten van al die hokjes optellen'.
In de diskussie kan echter naar voren komen dat dit een nogal omslachtige werkwijze is. Per slot van rekening staan er wel 150 hokjes op het blad.
Er is een betere (dat wil zeggen: *snellere*) metode, die, als de leerlingen er niet zelf mee komen, verteld moet worden.
We kiezen — willekeurig — vijf hokjes bijvoorbeeld en tellen in elk het aantal sterren. Dan tellen we de telresultaten van de vijf hokjes op en vermenigvuldigen de som met 30.

★ *Waarom met 30?*
★ *Waarom nemen we vijf hokjes en niet één, die we dan met 150 vermenigvuldigen?*

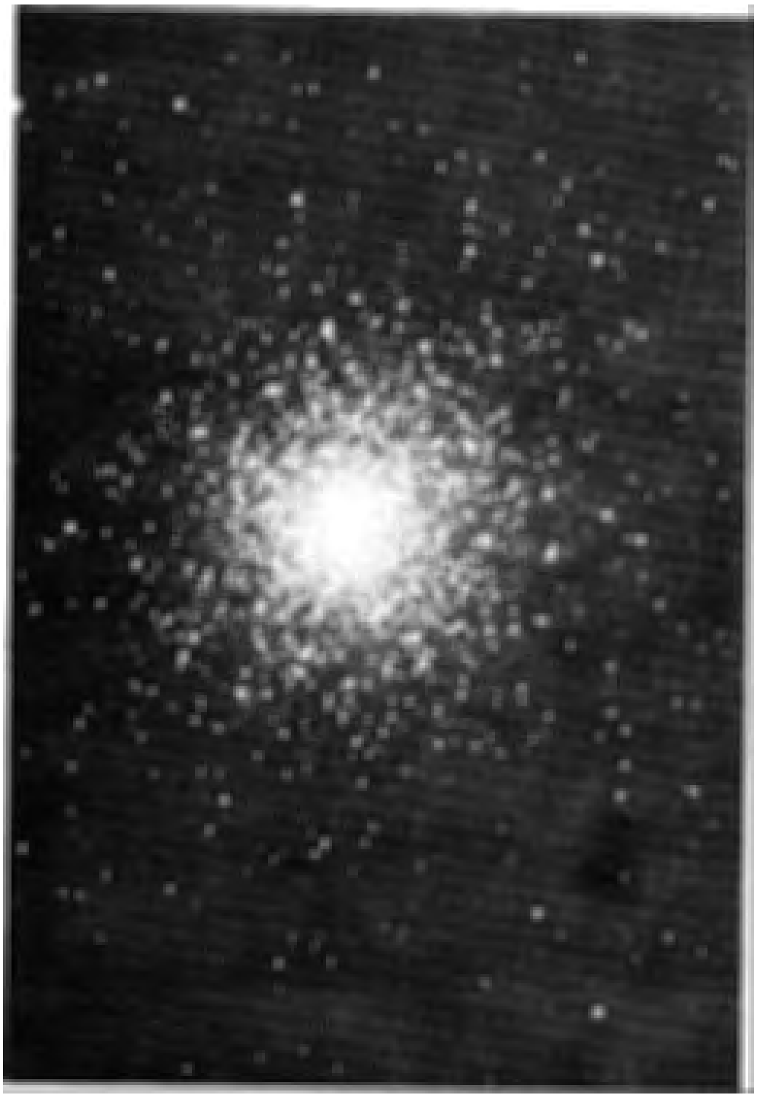
Het gaat hier om de nauwkeurigheidsfaktor. We kiezen een willekeurig hokje en gaan na wat de uitkomst is als we het aantal sterren in dat hokje met 150 vermenigvuldigen.

★ *Welke uitkomst zal nauwkeuriger zijn: wanneer we vijf hokjes nemen of wanneer we één hokje nemen?*
★ *Wat zal nog nauwkeuriger zijn?*

We berekenen de uitkomsten in een aantal gevallen:
— ik kies 6 hokjes willekeurig
— ik kies 10 hokjes willekeurig
— ik kies 15 hokjes willekeurig
— ik kies 25 hokjes willekeurig.

★ *Wat zal een redelijke keuze zijn, zodat we niet te veel rekenwerk hebben en toch een uitkomst krijgen, die niet te veel afwijkt?*

Met deze belangrijke diskussie over een vraag die te maken heeft met *'statistisch denken'*, eindigen we de les.



5.4
jan jaap, onze bakkers-jongen

ROETEPROBLEMEN (EN NOG WAT) VOOR DE MIDDENBOUW

HANS TER HEEGE

Voor de leerlingen

(1) Elke vrijdagmorgen komt *jan jaap* aan de deur met koekjes. Dat hij vele klanten in ons dorp heeft kun je zien aan zijn mand, vol met zakjes koekjes. De klanten wonen her en der. Hiernaast zie je ons dorpje. De huizen van *jan jaap's* klanten kun je in de tekening herkennen. Ze hebben deuren en ramen.

- *Op hoeveel adressen moet jan jaap zijn?*

Antwoord:

Met twee pijlen zie je aangegeven waar *jan jaap* zijn roete begint en waar hij het dorpje weer verlaat.

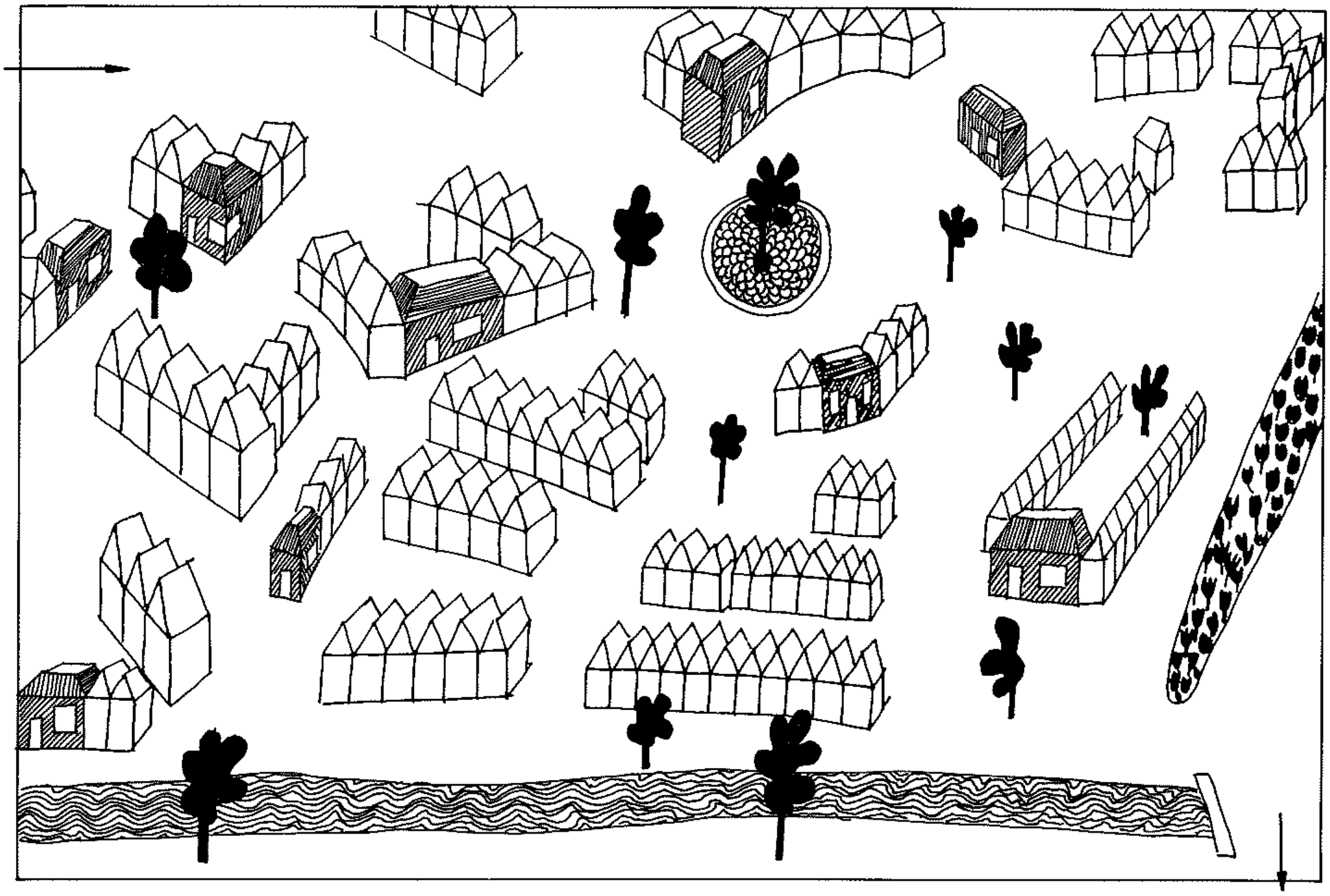
- *Bedenk een roete die jan jaap zal volgen door het dorp. Is er een kortere roete?*
- *Teken die roete.*

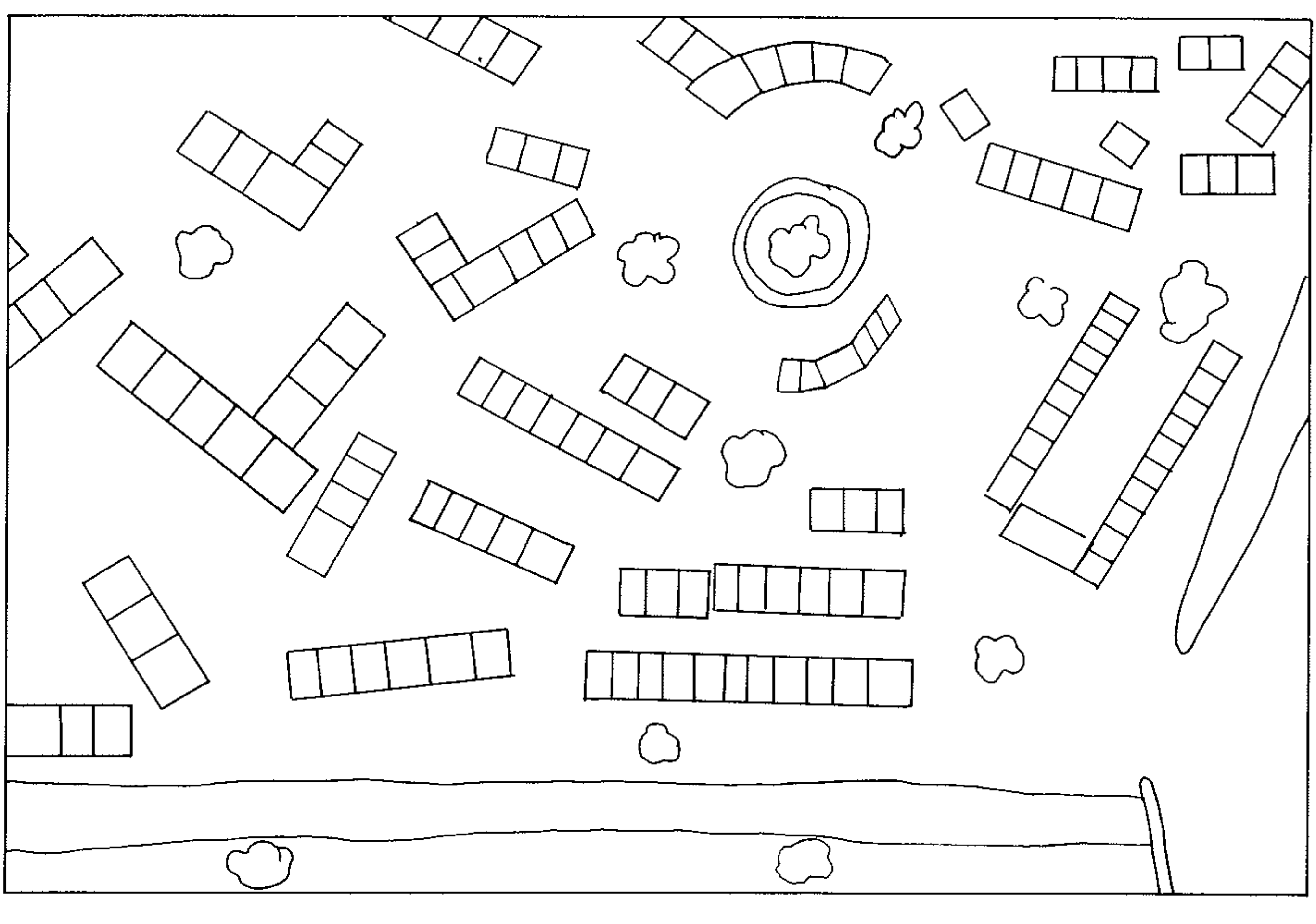
Hiernaast zie je ook de plattegrond van ons dorp.

- *Geef met twee pijlen aan waar jan jaap het dorp in komt en waar hij het dorp verlaat.*
- *Kleur de huizen van jan jaap's klanten rood.*
- *Kleur de bomen op de plattegrond groen.*
- *Als je goed kijkt, zie je dat één van de bomen op de plattegrond fout is geplaatst. Welke?*

Antwoord:

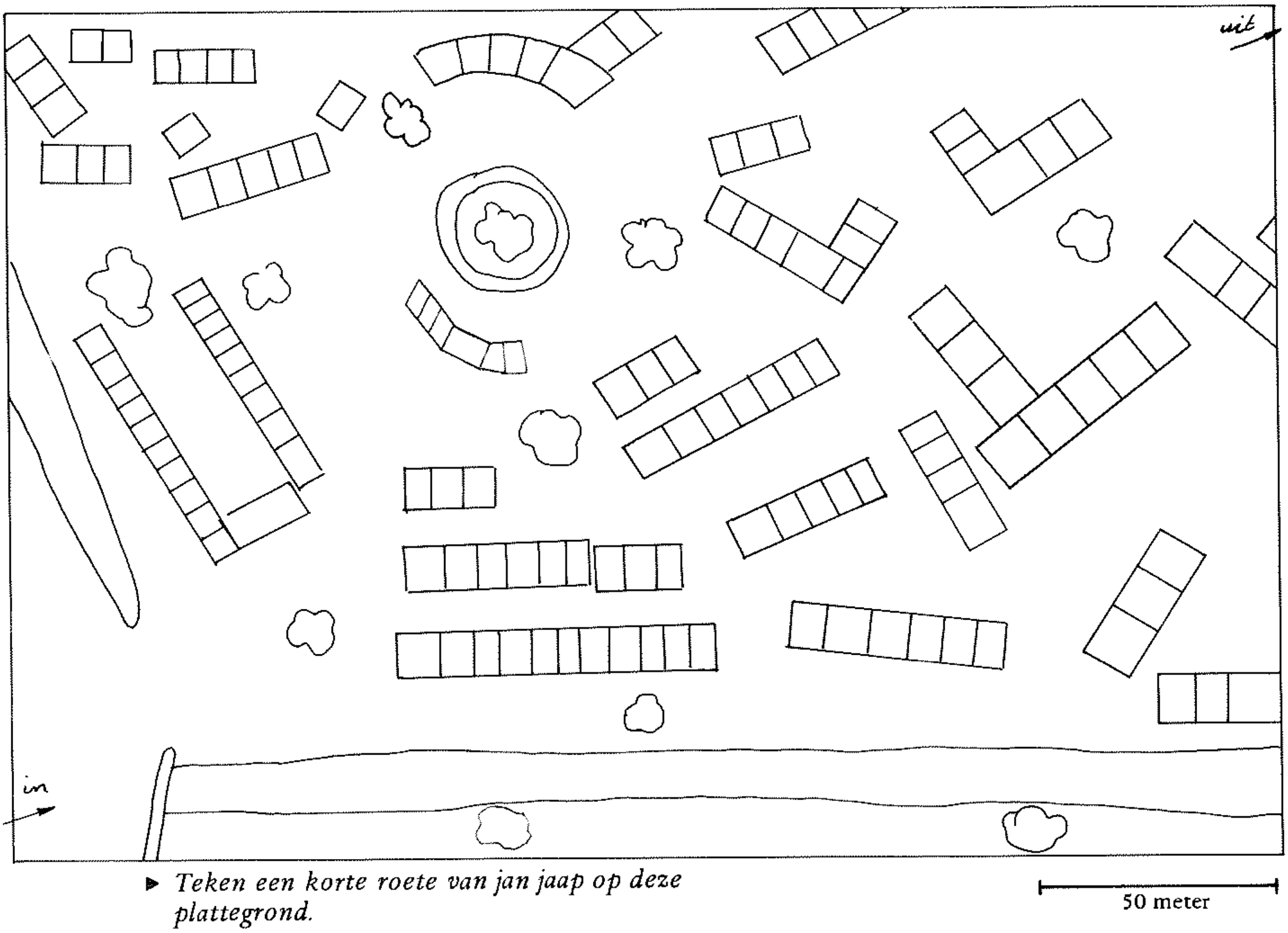
- *Teken op de plattegrond de kortste roete van jan jaap langs zijn klanten.*





② Hoe *lang* de weg is die *jan jaap* aflegt, weet je alleen als je de *schaal* van de plattegrond kent.

Hier zie je de plattegrond van ons dorp met een schaal:



▶ *Teken een korte roete van jan jaap op deze plattegrond.*

Jan jaap begint zijn roete bij de pijl en verlaat het dorp bij een pijl. Kijk maar op de plattegrond!

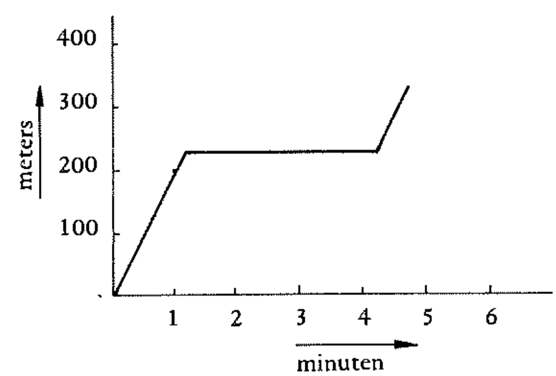
▶ *Meet hoe lang de roete van jan jaap is. Gebruik liniaal of andere hulpmiddelen.*

Antwoord:

ongeveer ...... meter lang

▶ *Ga na of er kortere roetes mogelijk zijn. Als je er een vindt, moet je die roete ook in de plattegrond tekenen.*

③ Op een dag blijkt dat *jan jaap* de boodschappen van één klant vergeten is. Dat is niet erg, het kost alleen wat tijd. Want *jan jaap* moet terug naar de banketbakkerij om de bestelde boodschappen alsnog te halen.
Dat doet hij dus maar. Hij komt weer het dorp in bij de *in*-pijl en verlaat het dorp bij de *uit*-pijl.
In een grafiek kun je zijn belevenissen onderweg aflezen:



Kijk goed naar de grafiek!

▶ *Hoe lang is jan jaap onderweg geweest?*

Antwoord:

minuten

▶ *Hoe lang heeft jan jaap bij de klant gestaan?*

Antwoord:

▸ *Hoe lang is de roete van jan jaap?*

Antwoord:

En de lastigste vraag.

▸ *Welke klant zou het geweest kunnen zijn?*

Antwoord:

Tevreden keert *jan jaap* weer terug naar de banketbakkerij. Het zit er weer op voor vandaag.

* * *

Voor de onderwijzer

Het pakketje is bedoeld voor de vierde klas en bestaat uit drie lessen.

In het *eerste deel* gaat het er om slimme roetes op een plattegrond en op een panoramische 'foto' te zoeken. Belangrijk is ook de relatie tussen plattegrond en panoramische 'foto'.

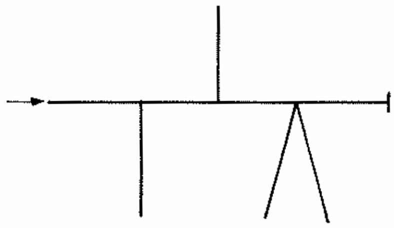
De tekst spreekt voor zich.

Indien realiseerbaar, kunt u het beste iedere leerling een kopie van de 'foto' en van de plattegrond geven. Tezamen kunnen ze op één A_4-blaadje.

De in de tekst genoemde opdrachten kunnen mondeling verstrekt worden. Mocht u over een overheadprojektor beschikken, dan kunt u daarvan bij de nabespreking handig gebruikmaken. U kunt echter ook zonder.

Bij de beschrijving van de roetes worden de leerlingen gedwongen tot een nauwkeurig taalgebruik. Met begrippen als 'rechtsaf', 'rechtdoor', 'linksaf', kunnen ze er niet uitkomen. Misschien kunt u eens een leerling de door hem op de plattegrond getekende roete laten dikteren. De gedikteerde roete kan dan door een medeleerling op het bord nagetekend worden.

Een andere mogelijkheid tot uitbreiding is de *stripkaart.* We tekenen de weg vanaf de plaats waar *jan jaap* het dorp binnenkomt, rechtstreeks, tot aan het pleintje:



Jan jaap laat eerst een straat rechts liggen, gaat die straat dus voorbij, laat vervolgens een straat links liggen, komt dan bij een hoek waar hij twee straten rechts laat liggen en arriveert tenslotte bij het pleintje.

In *het tweede deel* wordt het begrip *schaal* er bij gehaald. Konden we in het eerste deel twee roetes naar lengte vergelijken door te kijken naar de gemeenschappelijke stukken, nu krijgen we door de invoering van de schaal nieuwe en betere vergelijkingsmogelijkheden.

Het *derde deel* is niet voor iedere school te doen. In meerdere artikelen in dit bulletin is reeds opgemerkt dat de afstand-tijdgrafiek een machtig middel is om een reële situatie te beschrijven. Is een klas echter nog nooit in aanraking gebracht met een dergelijke grafiek, dan is het weinig zinvol om een en ander aan de hand van het *'jan jaap-pakket'* te introduseren. U kunt dan beter gebruik maken van de mogelijkheden die de integratieplankalender 1975[1]) biedt.

Is de afstand-tijdgrafiek wel al aan de orde geweest, dan kunt u met de leerlingen bijvoorbeeld ingaan op de vraag: 'hoe bezorgde jan jaap de boodschappen, lopend, met de fiets of met de brommer?'

Via een leergesprek is het mogelijk om alle informatie, die de in de tekst opgenomen grafiek bevat, boven water te krijgen.

[1]) Ingesloten in: wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 2.

5.5 tijd, afstand en snelheid op onze aarde

In voorgaande bijdragen over dit projekt hebben we achtereenvolgens aandacht besteed aan:
- *meetkundige verkenning van de bol[1]),*
- *eksperimenten in verband met de zon (boekbegrip, schaduwen)[2]),*
- *afstand-tijdgrafieken.[3])*

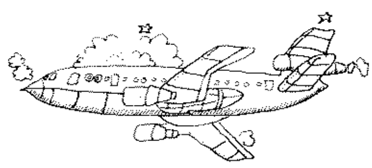
Met nevenstaand artikel ronden we de verslaggeving van dit projekt af. Hiermee is overigens niet gezegd dat het totale projekt nu uitputtend behandeld is.
In deze aflevering willen we laten zien hoe het in voorgaande lessen door de kinderen geleerde, in het vervolg funktioneert.

De werkbladen staan, op gebruiksgrootte en uitneembaar, afgedrukt in het **LOS BLOK (pag. 476).**

LEEN STREEFLAND

▶ **PLAATSELIJKE TIJD**
* **Een tweetal problemen**

WERKBLAD 1 EEN REISJE NAAR NEW YORK EN TERUG



De familie weltevree maakt een vliegreis naar new york. Els weltevree besluit van tevoren een vliegschemaatje te maken. Ze belt een reisburo en men noemt haar de volgende gegevens. Men zegt erbij dat alles in nederlandse tijd is vermeld.

amsterdam - new york

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	13.15 u	21.30 u

new york - amsterdam

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	01.10 u	08.10 u

Als els haar werk nog eens overziet, valt haar misschien iets op. 'Hé, wat gek', zegt ze bij zichzelf, 'hoe kan dat nu?'

▶ *Wat vindt els zo gek?*
Kijk eens goed naar de tabellen.
Zie je 't ook? Schrijf maar op.

Allereerst is het probleem aan de orde, waarin het gaat om het vliegtijdverschil van 1 uur en 15 minuten. De tijden in de tabellen op het werkblad zijn in 'nederlandse' tijd gegeven. De verklaring voor het verschil is gelegen in het feit, dat in de hogere luchtlagen een konstante stroming heerst van west naar oost, de zogenaamde *'jetstroom'*. Dit levert bij de terugreis *new york-amsterdam* de genoemde tijdwinst op.

Voor de verklaring van dit tijdverschil van 1 uur en 15 minuten zullen de kinderen het (mogelijk) zoeken in oplossingen als: 'ander vliegtuig', 'andere roete', 'verschillende vlieghoogten', 'al dan niet tussenlanding(en)'.
Niet te lang bij stilstaan en de oorzaak na korte bespreking gewoon mededelen. Daarna wel beklemtonen dat deze kwestie (onder andere) weer meespeelt in *werkblad 2*.

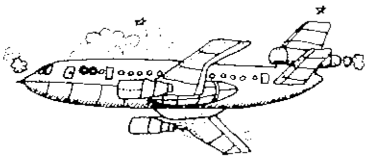
[1]) Jaargang 4 nr. 1, pag. 63 e.v.
[2]) Jaargang 4 nr. 2, pag. 168 e.v.
[3]) Jaargang 4 nr. 3/4, pag. 309 e.v.

WERKBLAD 2 — EEN REISJE NAAR NEW YORK EN TERUG

Els wil er meer van weten en besluit eens in de dienstregeling van de KLM te kijken.
Ze vindt daarin:

amsterdam - new york

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	13.15 u	16.30 u



new york - amsterdam

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	20.10 u	08.10 u*

*) volgende dag

Bij het zien van deze dienstregeling wordt de verbazing van els nog groter.
Nu begrijpt ze er helemaal niets meer van.

▶ *Wat vindt els dan zo vreemd?*

▶ *Kun je er iets van zeggen?*

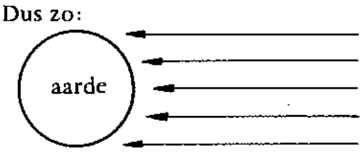
We komen vervolgens aan het probleem, waarbij in de tabellen vertrek- en aankomsttijden *lokaal* zijn gegeven. Nu is dus ook het tijdverschil van 5 uur tussen *amsterdam* en *new york* ingekalkuleerd.

* **We kijken eens wat nader naar die tijdverschillen.**
Met behulp van de globe en de diaprojektor (als zon) kunnen we de werkelijke situatie aardig nabootsen. Als we tussen de 'vensters', waar de filmstrip normaliter doorloopt, in het midden vertikaal een draadje spannen, werpt dit draadje een 'schaduwmeridiaan' op de globe. (zie foto)

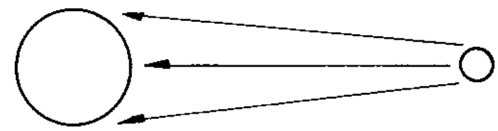
Op die manier kunnen we ook nog aangeven waar het middag is.

We moeten er overigens wel aan denken, dat de zonnestralen op aarde 'evenwijdig' aankomen.

Dus zo:



En níet zo:

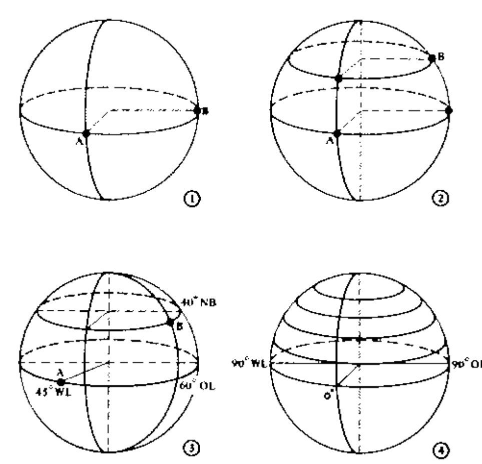


Met het 'globe-projektor-model' kijken we naar de aarde, draaiend van west naar oost. Stel, we bevinden ons in arnhem en de zon komt juist op:

— waar is het nu nog nacht?
— waar is het al dag?
— waar is het middag?
— waar komt de zon een uur later op?
— hoeveel graden westelijk van arnhem? (in 24 uur 360°, dus per uur 15°, etc.)

Als we zo even geproefd hebben van de verklaring van die verschillen in plaatselijke tijd, kijken we er nog eens naar op een wat abstrakter nivo, en wel aan de hand van *werkblad 3*.

WERKBLAD 3 — PLAATSELIJKE TIJD



▶ *Tijdverschillen tussen A en B:*

①:
①:
③:
④:

▶ *Hoe zit dat met londen en kaapstad?*

▶ *En met arnhem en moskou?*

- Bereken die tijdverschillen. Wat merk je op? (meridiaan ....?) In ④ mag je het zelf zo lastig mogelijk maken. Hoe zit 't in west-europa?
  Spoorwegen en spoorboekjes; 'reis' eens van arnhem naar berlijn.
- Relatie onderhouden met de globe.
- Hoe zit 't met dat tijdverschil?
  Cirkel (360°) rond in 24 uur; de aarde (de zon) 'schuift dus per uur 15° op'; klopt dat nu met amsterdam (5° OL) en new york (70° WL)? (zie werkblad 2)
- Laat het ook eens bepalen voor londen/kaapstad en arnhem/moskou (kaart of globe erbij!)

* * *

▶ HOE SNEL DRAAIT DE AARDE?

In het voorgaande zijn al aanzetten gegeven om te komen tot het bepalen van de snelheden van diverse punten op verschillende parallellen.

*** Hoe snel draait de aarde?**

Wanneer we de snelheid van een punt op een willekeurige breedtecirkel bekijken, is deze met behulp van graden vrij eenvoudig te vinden.
Eén keer rond (360°) in 24 uur, dus per uur 15°.

Als je over 'de' snelheid van de rotatie (van de aarde) wilt spreken, dan is deze metode uitermate geschikt. Men spreekt in de natuurkunde trouwens vaker over 'hoeksnelheid'. De hoeksnelheid van de aarde is dus 15° per uur.

Het vervelende is, dat dit voor iedere breedtecirkel geldt en hiermee dus nog weinig informatie gevonden is over de snelheid van punten op de aarde op verschillende breedtes.
Nu is het zó, dat de punten op aarde eenparig bewegen; de snelheid is telkens konstant. Een punt op de evenaar (ca 40.000 km lang) draait in 24 uur (= 24 x 60 x 60 sekonden) precies één keer rond. De snelheid (in km/uur of in m/sekonde) kan berekend worden.
Om uitspraken over de snelheid (uitgedrukt in km/uur of m/sekonde) van punten op andere breedtecirkels te doen, moeten de kinderen dus beschikken over gegevens betreffende de lengte van verschillende breedtecirkels of gedeelten daarvan. Er staan nu verschillende mogelijkheden open om hier achter te komen.

Deze 'snelheid' wordt niet ervaren door de mensen op dat punt. Je merkt dus ook niet dat je op de evenaar harder gaat dan op de pool. Dat geldt ook in een trein, auto of vliegtuig. Als je niet naar buiten kijkt, weet je ook niet of je harder gaat dan een uur geleden.

Kaarten
Moet bijvoorbeeld de snelheid van een punt op 52° NB bepaald worden, dan nemen we een kaart voor ons, waarop zich tenminste een gedeelte van deze breedte(cirkel) bevindt.
We bepalen met behulp van de meridianen op de kaart een gedeelte van de breedtecirkel, dat 15° 'lang' is. Zo'n gedeelte is immers de 'afstand', die door de aarde per uur 'afgelegd' wordt. Door meting van dit gedeelte van de betrokken breedtecirkel en toepassing van de schaal van de gebruikte kaart, kan zo de snelheid in km/uur bepaald worden.

· *Rekenen*

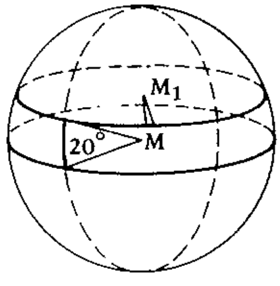
WERKBLAD 4 HOE SNEL DRAAIT DE AARDE?

lengte van één graad op parallelcirkels

noorder of zuider breedte	meters		noorder of zuider breedte	meters		noorder of zuider breedte	meters	
0 00	111 321		30 00	96 488		60 00	55 802	
1 00	111 304		31 00	95 506		61 00	54 110	
2 00	111 253		32 00	94 495		62 00	52 400	
3 00	111 169		33 00	93 455		63 00	50 675	
4 00	111 051		34 00	92 387		64 00	48 934	
5 00	110 900		35 00	91 290		65 00	47 177	
6 00	110 715		36 00	90 166		66 00	45 407	
7 00	110 497		37 00	89 014		67 00	43 622	
8 00	110 245		38 00	87 835		68 00	41 823	
9 00	109 959		39 00	86 629		69 00	40 012	
10 00	109 641		40 00	85 396		70 00	38 188	
11 00	109 289		41 00	84 137		71 00	36 353	
12 00	108 904		42 00	82 853		72 00	34 506	
13 00	108 486		43 00	81 543		73 00	32 648	
14 00	108 036		44 00	80 208		74 00	30 781	
15 00	107 553		45 00	78 849		75 00	28 903	
16 00	107 036		46 00	77 466		76 00	27 017	
17 00	106 487		47 00	76 058		77 00	25 123	
18 00	105 906		48 00	74 628		78 00	23 220	
19 00	105 294		49 00	73 174		79 00	21 311	
20 00	104 649		50 00	71 698		80 00	19 394	
21 00	103 972		51 00	70 200		81 00	17 472	
22 00	103 264		52 00	68 680		82 00	15 545	
23 00	102 524		53 00	67 140		83 00	13 612	
24 00	101 754		54 00	65 578		84 00	11 675	
25 00	100 952		55 00	63 996		85 00	9 735	
26 00	100 119		56 00	62 395		86 00	7 792	
27 00	99 257		57 00	60 774		87 00	5 846	
28 00	98 364		58 00	59 135		88 00	3 898	
29 00	97 441		59 00	57 478		89 00	1 949	
						90 00	0	

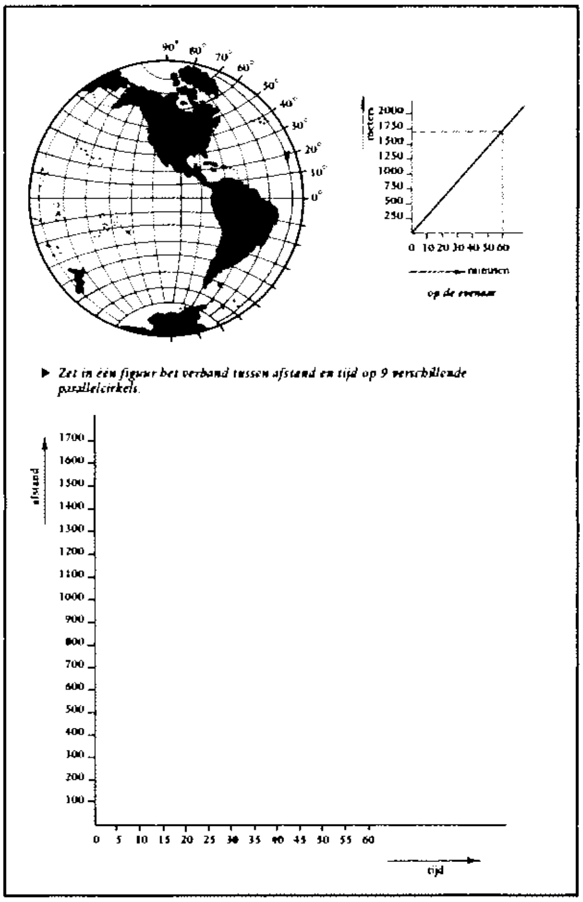
We beschikken over de gegevens van de tabel op *werkblad 4*. Daar moeten we eerst maar eens met elkaar naar gaan kijken. We dienen ons hierbij wel te realiseren dat achter de gegevens in deze tabel een belangrijke moeilijkheid voor de kinderen schuil gaat, en wel: de 'dubbele' toepassing van het hoekbegrip op de globe.
We nemen de globe erbij.

Een voorbeeld



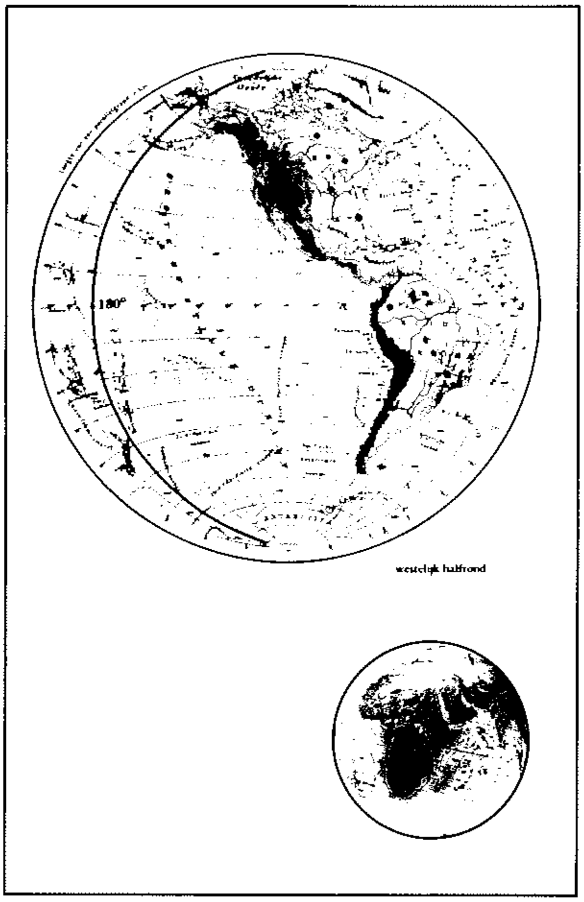
De linker kolom in de tabel geeft de geografische breedte. We nemen nu 20° NB. Wat betekent dit? (Langs een meridiaan zover omhoog gaan, dat de hoek bij M 20° is.) Daarna geven we de lengte van 1° op de betrokken breedtecirkel in meters weer (tweede kolom o.a.). Dit betekent: de lengte van een cirkelboog(je) op 20° NB, waarbij de middelpuntshoek (bij M_1!) 1° is.
Zijn we eenmaal zover dat de kinderen duidelijk is wat er allemaal achter de gegeven informatie schuil gaat, dan kijken we eerst eens naar *werkblad 5*.

WERKBLAD 5 HOE SNEL DRAAIT DE AARDE?



Klopt die eerste afstand-tijdgrafiek op werkblad 5 wel? Hoe zie je dat? (De afstand is uitgedrukt in meters; dit moet km zijn.)

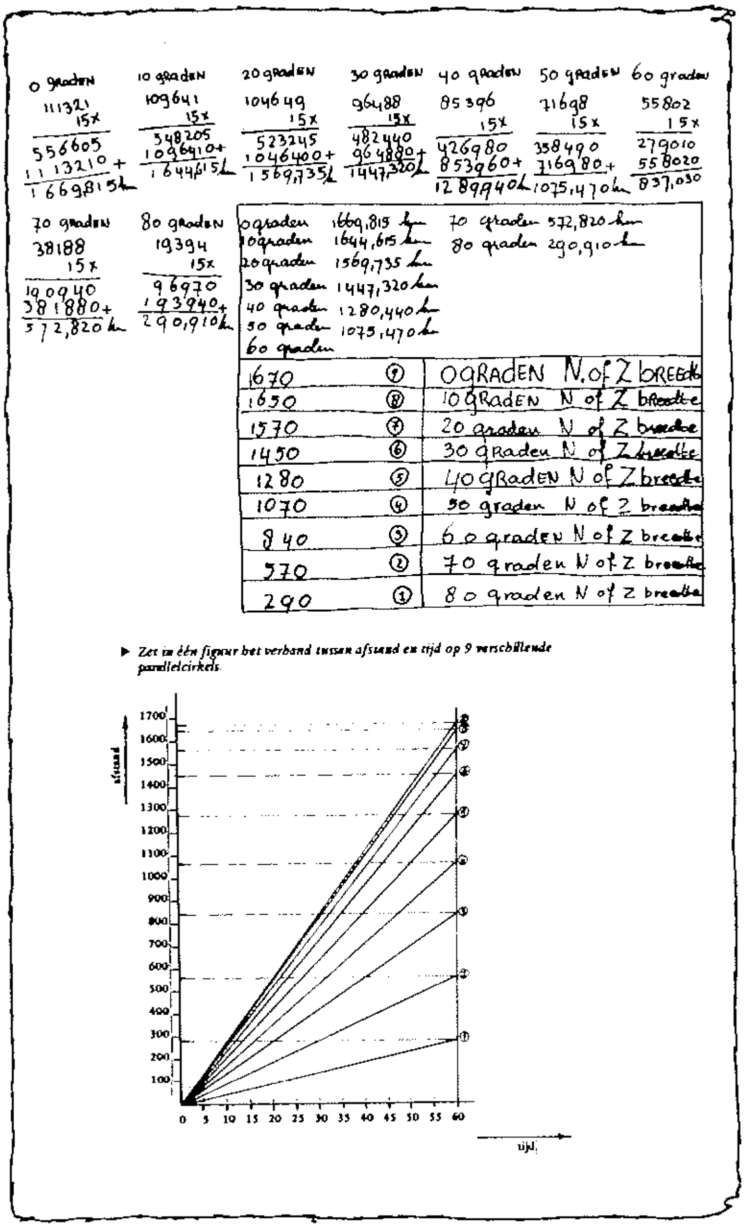
WERKBLAD 6 HOE SNEL DRAAIT DE AARDE?



Dan gaan we (eventueel) taken verdelen. De snelheden van de punten op *werkblad 6* moeten uitgerekend worden om ze daarna op werkblad 5 in grafiek te kunnen brengen.
Eventueel kan ook een grote (klassikale) grafiek gemaakt worden.
Dan zie je het: de hellingshoek van de grafiek is een aanwijzing voor de snelheid.

Om een indikatie te geven voor de inhoud van de geschetste aktiviteiten, nemen we een voorbeeld van leerlingenwerk op:

- Let vooral ook op het toegepast rekenen met kommagetallen in verband met het metriek stelsel.
- Het 'precies willen weten' motiveerde de kinderen op de ontwerpschool heel sterk om bij het rekenen minutieus te werk te gaan.
- We verbinden een konklusie aan de grafiek: hoe groter de afstand van een breedtecirkel tot de evenaar, des te kleiner de lengte (van die breedtecirkel) en hoe lager de snelheid.
- Waarom zou men van die verschillende snelheden niets merken? Draait de lucht ook mee? Hoe komt dat toch?



0 graden: 111321 × 15 = 556605 + 1113210 = 1669,815 km
10 graden: 109641 × 15 = 548205 + 1096410 = 1644,615 km
20 graden: 104649 × 15 = 523245 + 1046490 = 1569,735 km
30 graden: 96488 × 15 = 482440 + 964880 = 1447,320 km
40 graden: 85396 × 15 = 426980 + 853960 = 1280,940 km
50 graden: 71698 × 15 = 358490 + 716980 = 1075,470 km
60 graden: 55802 × 15 = 279010 + 558020 = 837,030
70 graden: 38188 × 15 = 190940 + 381880 = 572,820 km
80 graden: 19394 × 15 = 96970 + 193940 = 290,910 km

0 graden 1669,815 km
10 graden 1644,615 km
20 graden 1569,735 km
30 graden 1447,320 km
40 graden 1280,440 km
50 graden 1075,470 km
60 graden
70 graden 572,820 km
80 graden 290,910 km

1670	9	0 GRADEN N. of Z breedte
1650	8	10 GRADEN N of Z breedte
1570	7	20 graden N of Z breedte
1450	6	30 graden N of Z breedte
1280	5	40 GRADEN N of Z breedte
1070	4	50 graden N of Z breedte
840	3	60 graden N of Z breedte
570	2	70 graden N of Z breedte
290	1	80 graden N of Z breedte

▶ *Zet in één figuur het verband tussen afstand en tijd op 9 verschillende parallelcirkels.*

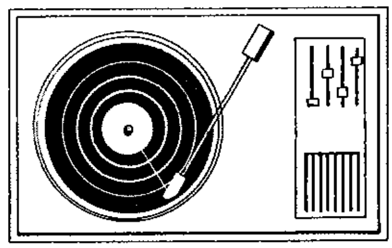
Naast laatstgenoemde suggestie kunnen we ook stellen: een jongen wil een reis maken; hij springt steeds zo *lang mogelijk omhoog;* de aarde *draait onder hem door;* hij komt steeds iets verder neer en kan zo de aarde rondreizen.

Wat vinden jullie hiervan? Waarom kan 't wel/niet? (Denk ook aan mensen die uit de trein springen voordat deze stilstaat; wat gebeurt er?)

Hier geldt de wet (het principe) van de traagheid. Ten gevolge van de aantrekkingskracht van de aarde neemt het lichaam de beweging (te vergelijken met 'de energie') van de aarde over.

Eventueel kan nog van de volgende voorbeelden (van snelheidsverschillen) gebruik gemaakt worden:

– Bij een draaiende grammofoonplaat geldt dat elk punt in dezelfde tijd rondgaat, maar naarmate een punt dichterbij de rand zit, wordt de afgelegde afstand in die tijd (en dus de snelheid) groter.



– Als een lange 'sliert' kinderen op het plein gaat ronddraaien, kan de buitenste (als de rij maar lang genoeg is) het nauwelijks (of helemaal niet) 'bijbenen'. Degene die in het midden van de beschreven cirkel staat, doet het 'op z'n sloffen'.

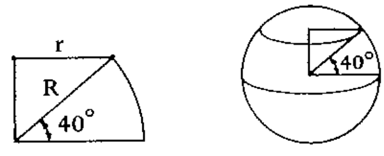
Beide voorbeelden werden door de kinderen van de ontwerpschool gegeven. Ze blijken het verschijnsel van die verschillende snelheden vanuit hun ervaringswereld dus duidelijk te kennen.

– Ook een aardig voorbeeld is de kermisattraktie, die men wel eens 'lachstudio' noemt. Midden in de piste is een grote, draaiende schijf. Mensen uit het publiek mogen proberen langer dan 5 minuten op de schijf te blijven zitten. Degene, die dicht bij het middelpunt kan komen, heeft de meeste kans. Dreigen er te veel mensen 5 minuten te halen, dan laat men de schijf vertragen en versnellen....

Meetkundig

Achteraf zouden we kunnen stellen: neem eens aan, dat we die tabel met gegevens niet hadden, zouden we dan toch die grafiek kunnen maken?

We bekijken de volgende tekening eens.



We weten: in deze tekening is R = 4,2 cm (en de evenaar is in werkelijkheid 40.000 km) en r = 3,6 cm, dus de lengte van de parallelcirkel op 40° NB is:

$$\frac{r}{R} \times 40.000 \text{ km}.$$

Nu nog delen door 24 en we weten de snelheid in km/uur op 40° NB.

We kunnen hierbij het onderzoek naar het verband tussen straal en omtrek van een cirkel in herinnering brengen en hiervan gebruik maken bij het opbouwen van bovenstaande oplossing.[1])

Eventueel kan een generalisatie naar de 'formule' ($\frac{r}{R}$ x 40.000 : 24) worden aangemoedigd. De formule beschrijft deze rekenprosedure kort en krachtig. Je kunt er efficiënt mee werken. De algoritme (= rekenwijze) is ook gemakkelijk aan een komputer (of rekenmachine) op te dragen.

Terug naar de schaduwen

We herinneren even aan het vastleggen van de schaduwlengten van een stokje op verschillende tijdstippen van de dag.

We vonden: *de kortste schaduw* was in arnhem om 12.31 uur. Als we verder weten dat de kortste schaduw in zeist om 12.34 uur was, kun je dan hieruit de snelheid van de aarde op onze breedte (52° NB) afleiden?

Ja! In 3 minuten circa 50 km, dus 1.000 km/uur, want 'kortste schaduw' betekent: zon in de hoogste stand; of: aarde in bepaalde positie ten opzichte van de zon.)

* * *

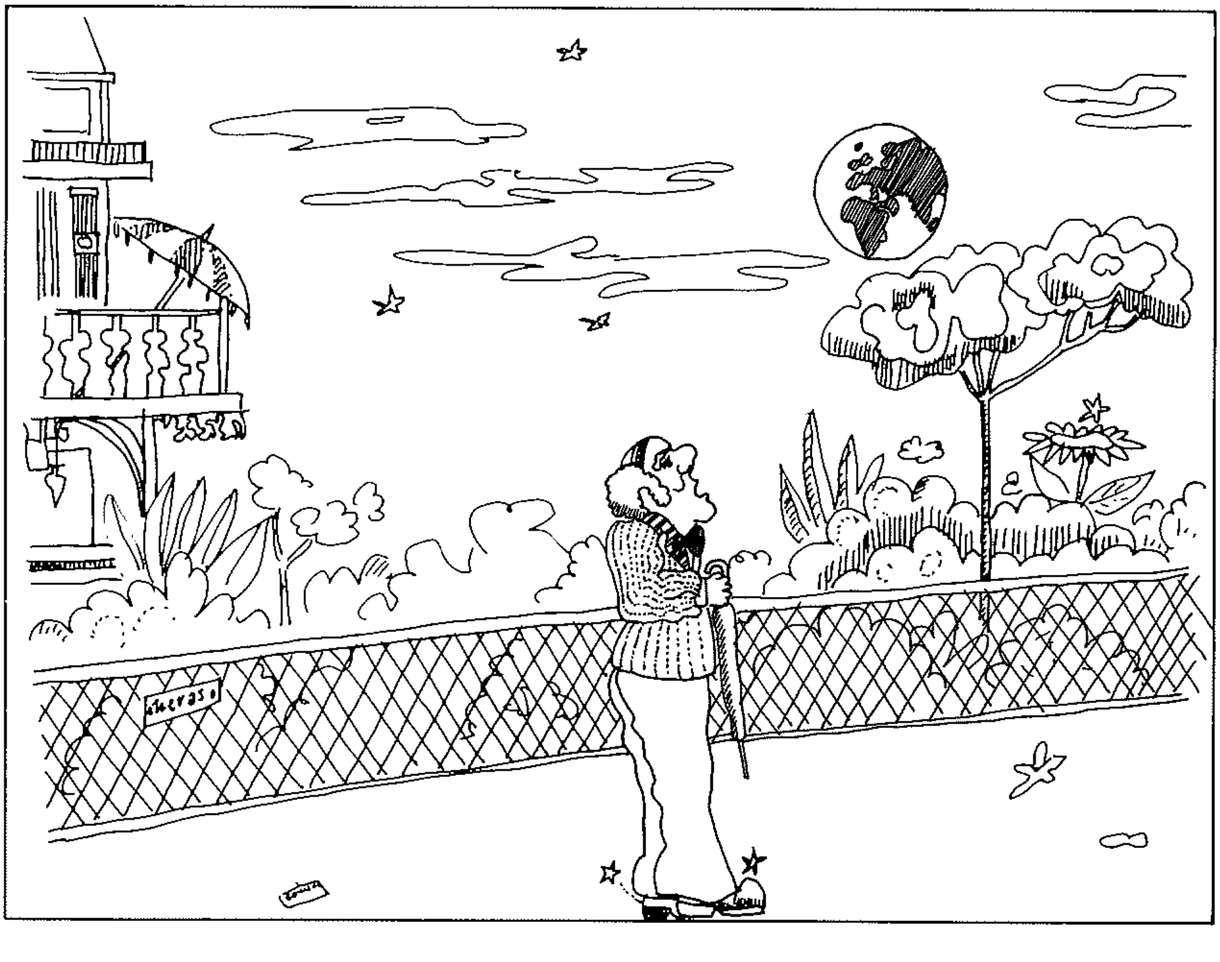
▶ **SLOT**

Zoals gezegd: met deze bijdrage sluiten we de rapportage over het projekt *'afstand, tijd en snelheid op onze aarde'* af.

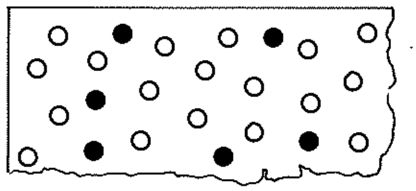
Volledigheidshalve vermelden we nog enkele onderwerpen, die in dit artikel niet aan de orde zijn gesteld, maar in het projekt zelf wèl aan bod gekomen zijn:

- verder nadenken over 'daglicht en nachtelijk duister';
- plaatselijke tijd en de paradoks van de internationale datumgrens;
- de draaiende aarde om de zon; we verlaten het geocentrische standpunt en redeneren vanuit het 'model', waarin de zon het middelpunt vormt:
  het 'hoe en waarom' van korte en lange dagen, zomer en winter, lente en herfst, kan nu ineens begrepen worden;
- problemen, die betrekking hebben op de draaiende aarde en de zon; bij de oplossing ervan spelen afstand-tijdgrafieken een centrale rol.

[1]) Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 1 ('meetkundige verkenning van de bol').

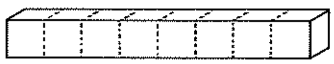


③ *Stippen tellen (2)*



Ook in een onregelmatig patroon kan men besluiten tot: $\frac{2}{8}$ deel van de pepernoten is zwart.

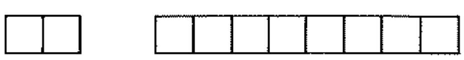
④ *Cuisenaire*



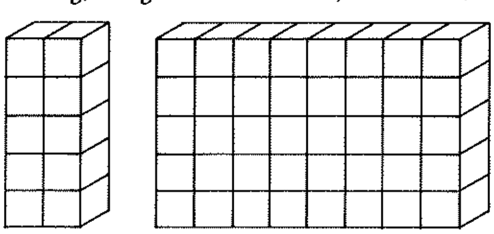
Eerst noemde je dit staafje: 'acht'. Als evenwel dit staafje  'een' genoemd wordt, dan heet de lange ineens 'vier'.

⑤ *Muurtjes*

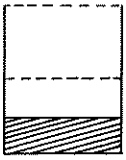
Cuisenaire heeft hieraan niet gedacht. Anderen wel:



Dit zijn de plattegronden van muurtjes. De ene is 2, de andere 8. Zijn ze in beide gevallen echter 5 steenlagen hoog, dan geldt: de ene is 10, de andere 40.



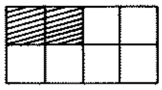
⑥ *Vloeistof in een glas*



Dit glas is voor $\frac{2}{8}$ deel gevuld.

⑦ *Oppervlakte*

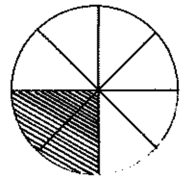
De vorige breuk (verhouding) betreft weliswaar inhoud, maar wordt lineair (hoogte) afgelezen. Dit is ook het geval bij de reeds zo vaak (en imaginair) verdeelde reep. Het kan ook anders in onze lessen over breuken:



2 van 8 ($\frac{2}{8}$)

⑧ *De pannekoek*

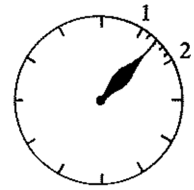
Nog bekender dan de reep, maar niet lineair, is het breukmodel van de cirkel:



$\frac{2}{8}$ deel

⑨ *De klok*

Ook een cirkel en toch lineair:



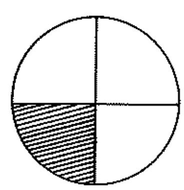
De kleine wijzer legde $\frac{2}{5}$ deel van een heel uur af ....

⑩ *Toverballen*

Twee van de acht toverballen zijn rood. De kans op een rode bal is kleiner dan op een witte. De kans is $\frac{2}{8}$.

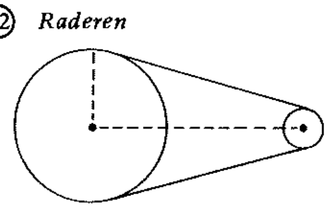
⑪ *Tol*

Je kunt die kansen laten zien op een tol:



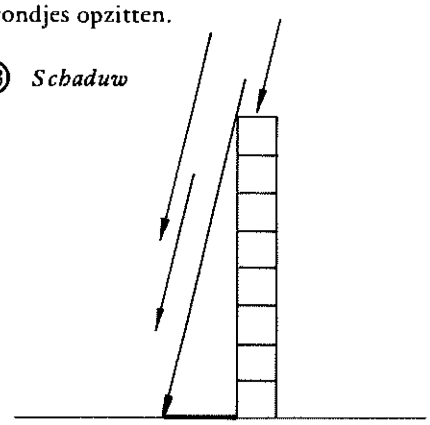
De reuk van de pannekoek komt weer in herinnering.

⑫ *Raderen*



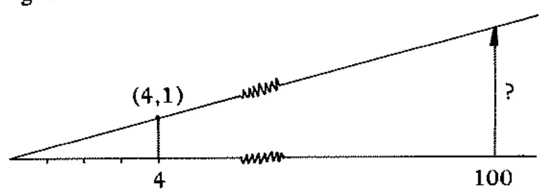
Als het ene wiel 2 keer rond is, dan heeft de kleine er 8 rondjes opzitten.

⑬ *Schaduw*



Is de schaduwlengte $\frac{1}{4}$ deel van de paallengte, dan geldt die verhouding, op dit moment op deze plek op aarde, steeds.

⑭ *Opblazen*
De vaste hoek (van de zon) in het vorige geval leidde tot vaste verhoudingen. Daarvan maakt men nog wel eens gebruik:

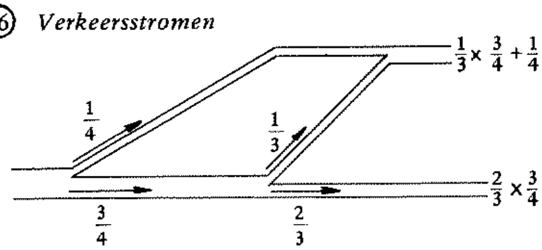


Lees maar af (meet desnoods): $\frac{1}{4}$ deel = $\frac{25}{100}$ deel.
Met dit verhoudingen-denkmodel zijn de procenten en de goniometrie in zicht gekomen.

⑮ *De afstand* op de kaart is 5 cm, in werkelijkheid is ze echter 5 km. Als je wilt kun je dat aldus noteren:

5	500.000
1	100.000

⑯ *Verkeersstromen*



* * *

Met deze vrij willekeurige greep kunnen we het wel doen. Breuken en verhoudingen spelen niet een bescheiden rol in het wiskundig denken. Evenmin trouwens in het rekenonderwijs. Het verschil tussen de twee, *het wiskundig denken* en *het onderwijs om dit te leren*, is nu dacht ik, duidelijk.
In het eerste geval is men bezig bepaalde problematieken binnen het eigen wiskundig bereik te brengen: matematiseren, of, hier beter: *geometriseren*. En daarbij spelen verhoudingen en breuken een rol.
Het onderwijs betreffende dit onderwerp speelt zich momenteel evenwel af binnen het matematische model: je leert snel even het wiskundige taaltje en de bijbehorende regels en probeert door veel oefening een klein, dom rekentuigje te worden.

In het voor u liggende *variabel blok* besteden we juist aandacht aan het leren modelmaken, het geometriseren van en denken in verhoudingen.
In *'Stroken en balken'* (**5.2**) laat *Jan van den Brink* zijn tweedeklassers kennismaken met het verhoudingsbegrip. Dit is gematerialiseerd in papieren stroken. Binnen dit papieren model-materiaal moeten de kinderen eerst vertrouwd raken met belangrijke betekenissen (zie bijvoorbeeld ④ en ⑤). Daarna worden de stroken ineens simbolen in allerlei situaties: stukken weg tussen twee wegwijzers op waterland, een afgelegde weg van een wijzer op de klok (⑨), de plaats van de bladwijzer in het voorleesboek, de hoogte van een vloeistofkolom nadat er iets van de vloeistof uitgegooid is, de opgehaalde oude kranten en de wachttijden bij de kassa van de supermarkt. Zelfs de toverballen (③, ⑩, ⑪) en de raderen (⑫) worden 'omgedacht' – gegeometriseerd – in het strokenmodel.

* * *

'Sterren stralen overal', zegt *Hans ter Heege* in **5.3**. Het betreft een stukje onderwijs voor de vierde klas, waarin het tellen van grote hoeveelheden uitgangspunt is voor het matematiseren van 'efficiency'. Het geweldige aantal sterren op het werkblad noodt niet uit tot een volledige telling. Eerder is men geneigd eens rustig na te denken over de te volgen strategie. Dan blijkt dat snelheid en nauwkeurigheid bij het tellen tegenstrijdige belangen zijn.
In het kiezen van een goede strategie moet de juiste verhouding tussen beide bekeken worden. En deze verhouding is, jammer genoeg, nog niet matematiseerbaar. Dat is wel het geval in één van de gekozen strategieën (⑭), waarin de onnauwkeurigheid van het gedeeltelijk tellen naar verhouding wordt 'opgeblazen'.
Ook in het tweede stukje van *Hans ter Heege* (**5.4**: *Jan-jaap, onze bakkersjongen*), dat over plattegronden, kaarten en roetes handelt, komt een belangrijk aspekt van verhoudingen naar voren (⑮).
Leen Streefland (**5.5**: *Tijd, afstand en snelheid op onze aarde*) vervolgt zijn reeds in het eerste nummer van deze jaargang aangevangen serie. In vorige leeswijzers mocht ik u al wijzen op de diverse momenten dat een verhoudingsbegrip (en beschrijvingstaal) zou kunnen funktioneren. Ook in dit laatste artikel is dit haast onvermijdelijk.
Voor de lezer, die geïnteresseerd is in een vertikale planning van leerervaringen (bijvoorbeeld begripsvorming ten aanzien van de verhoudingen), moet het een genoegen zijn de lijn van 'het strokenmodel' door te trekken naar de hier aangeboden problemen.

Tenslotte weer enige *'Doe-ideeën'* van *Ed de Moor* (**5.6**).
Over zijn verhouding tot de meetkunde behoef ik u wel niets meer te vertellen. Hopelijk wilt u aan zijn verzoek hem iets van uw ervaringen te vertellen, voldoen.

5.2 stroken en balken

Verslag van het gebruik van stroken en balken in de tweede klas van de ontwerpschool. Toepassingsmogelijkheden en 'gevaren'.
De werkbladen 6, 7, 8, 14, 16, 17, 18 en 19 staan, op gebruiksgrootte en uitneembaar, afgedrukt in het LOS BLOK *(pag. 471).*

JAN VAN DEN BRINK

▶ **INLEIDING**

Publikaties van sovjet-psychologen[1]) zijn een stimulans geweest voor het ontwikkelen van het onderwerp *'stroken en balken'*. Globaal gaat het in deze publikaties om twee zaken:

* het onderwijzen van *relaties* tussen *grootheid* (inhoud van een glas water bijvoorbeeld), de gebruikte *maateenheid* (bijvoorbeeld een kopje) en het gevonden *getal* (bij die bepaalde inhoud en maateenheid);
  het *verhoudingsaspekt* van het getalbegrip wordt dus sterk beklemtoond;
* naast deze relaties schenkt men veel aandacht aan het *simboliseren* met behulp van tekeningen, stroken en (uiteindelijk) letters.

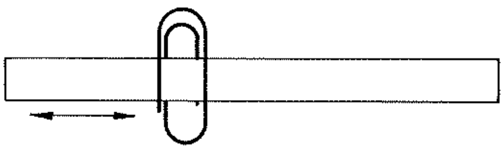
Enkele maanden geleden stelden we ons ten doel gelijksoortige onderwerpen in het programma van klas 2 te zoeken en zo mogelijk nieuwe onderwerpen in die sfeer te ontwikkelen.
We hielden eerst gesprekken met kinderen en maakten daarna werkbladen. Een flink aantal van deze werkbladen zijn door de onderwijzeressen behandeld in de klas.
Hieronder volgt nu een werkverhaal aan de hand van verkleinde werkbladen. Op deze wijze proberen we onze bevindingen met het onderwerp in te leiden. Wellicht volgen in een latere aflevering van dit bulletin meer artikelen over 'stroken en balken'.

* * *

▶ **RELATIES TUSSEN GROOTHEID – MAATEENHEID – GETAL**

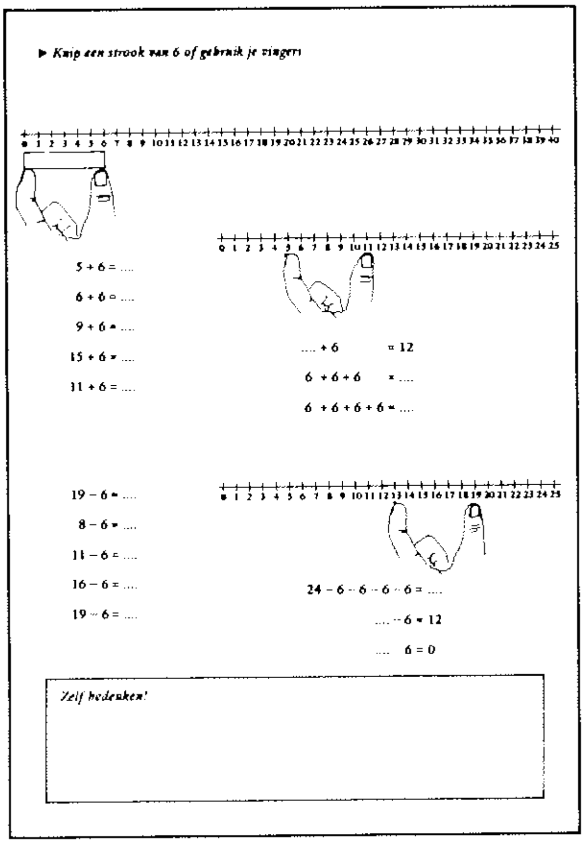
(1) Stroken als hulpmiddelen bij de hoofdbewerkingen[2])

* Stroken kunnen gebruikt worden als 'mechaniekje' om som, verschil, produkt of quotiënt van twee getallen te vinden.
* Gebruik een strook waarop een paperclip als 'loper' dienst doet en laat steeds het gewenste stuk afpassen.

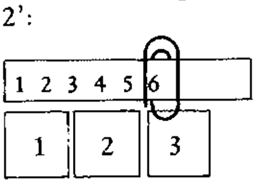


[1]) Onder andere:
V.V. Davydov – Psychologische mogelijkheden van jonge leerlingen bij het leren van wiskunde (moskou, 1969 – vertaling H. Freudenthal, 1974).
[2]) Met dit onderwerp zijn we van start gegaan.

WERKBLAD 1

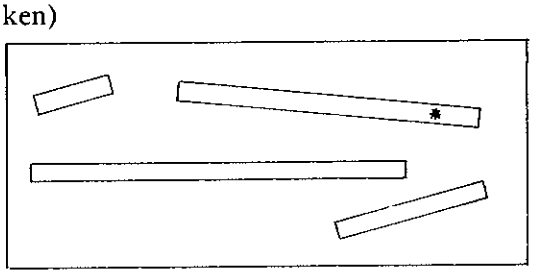


* Op de getallenlijn voor de klas is de 'strook van 6' plotseling een 'strook van 2':



Een opdracht als *'maak een strook van 4'*, kan dus stroken van verschillende lengte opleveren. Dit is afhankelijk van de getallenlijn die men gebruikt.

② **Verhoudingen** (stroken onderling vergelijken)

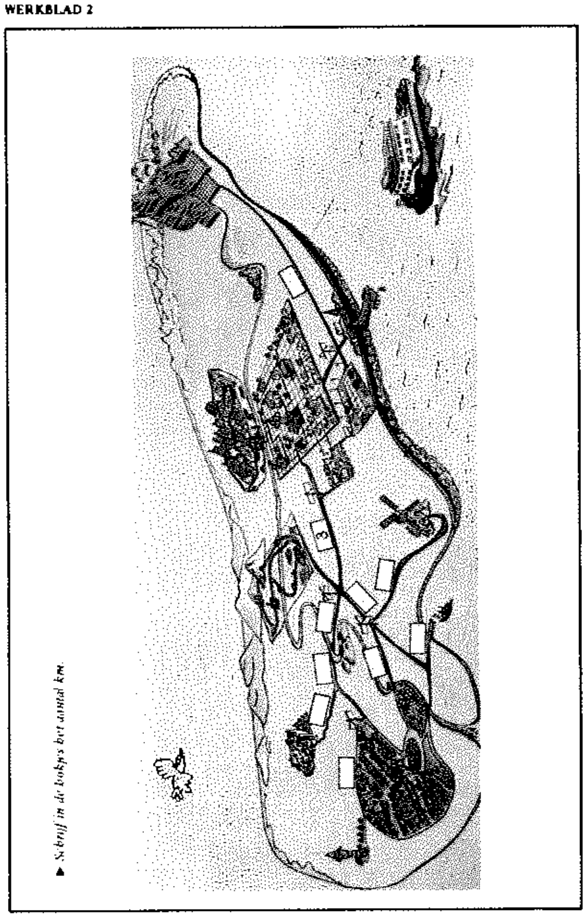


* 'Hier heb je een aantal stroken.'
  'Welke is de grootste? welke komt daarna?', enzovoorts.
  'Deze strook is 4' (de strook met het sterretje); 'hoeveel zijn de andere?'
  Een leerling:
  'Deze strook is de helft van de helft en moet dus 1 zijn, want deze is 4.'
* Het *toevoegen van getallen* aan grootheden kan op twee manieren worden ingeleid.
  - De wegen van waterland (*werkblad 2*) op het oog gemeten.
  - De stroken als plattegrond van te bouwen muurtjes voorstellen. Met torens van blokjes worden muren gebouwd. Op het vierkantje (linksboven in het werkblad) staat de ene keer een toren van 1 blokje hoog en de andere keer een toren van 100 blokjes hoog *(werkblad 3)*.
* *Voortzettingen in het onderwerp verhoudingen*
  - *De klok (werkbladen 4, 5 en 6)*

  De verhouding tussen de afgelegde wegen van de grote en de kleine wijzer.

  Een leerling merkte op:
  'De klok kun je ook gebruiken voor de maanden van het jaar. Januari is dan één. Vier is dan één april.'
  'En tussen vier en vijf (uur)?', vroeg juf.
  'Midden april.'
  'April heeft 30 dagen', zei juf, 'welke dag is midden april dan?'
  '15 april.'

WERKBLAD 2



WERKBLAD 3

1

100

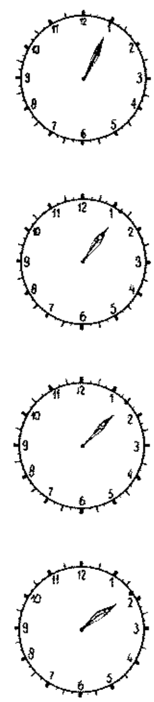
2 + 2 = 4

200 + 200 = 400

WERKBLAD 5

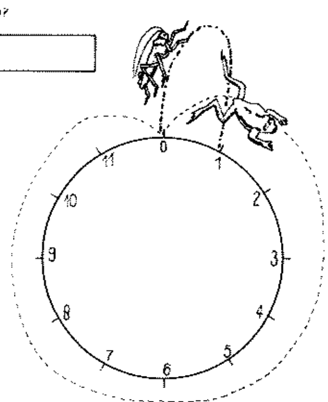
▶ *Teken de grote wijzer.*

▶ *Schrijf de tijd op.*

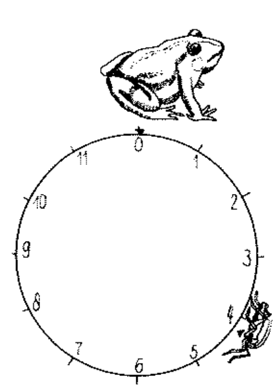


WERKBLAD 4

▶ *Waar komen ze elkaar tegen?*

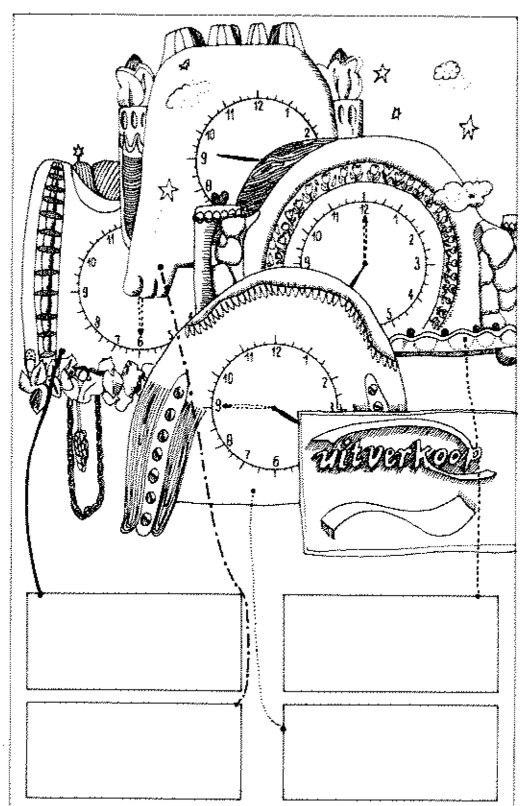


▶ *Hoeveel rondjes maakte de kikker?*



WERKBLAD 6 DE KLOKKENWINKEL

▶ *Hoe laat staat elke klok?*

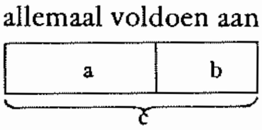


• *Het voorleesboek (werkblad 7)*
Dit boek is eveneens een voortzetting van het onderwerp *verhoudingen en stroken.*
Het is wel nodig, dat juf een boek van ongeveer dezelfde omvang als het getekende eksemplaar heeft en dat een leerling daarin een boekenlegger op de *'juiste'* plaats legt.
Het *gevaar* bestaat namelijk dat de kinderen op de tekening gaan *meten*, terwijl juist drie verschillende *schalen* gegeven zijn: de getallenlijn, het getekende boek van 90 bladzijden dik en de strookverdeling die ook een verschillende maateenheid heeft.
De bedoeling is om op het oog, 'meetkundig', een verdeling te maken en die verdeling daarna 'numeriek' te beschrijven.

(3) **Relatie tussen optellen en aftrekken** *(werkblad 8)*

* 'Vliegt die vogel weg of komt hij net aan?'
  Deze plaatjes zijn voor twee interpretaties vatbaar; het derde plaatje zelfs voor meer dan twee.
  Elke interpretatie levert een opgave op. Beide opgaven hebben iets met elkaar te maken.

  Laat het mannetje op het onderste plaatje eerst de balk neerleggen en daarna opnemen. Het is namelijk niet altijd even duidelijk voor de kinderen waar de balk terecht komt.
* *Voortzetting (werkblad 9).*
  Hier kan een begin gemaakt worden met *letterrekenen*, omdat deze opgaven allemaal voldoen aan de formele relatie:

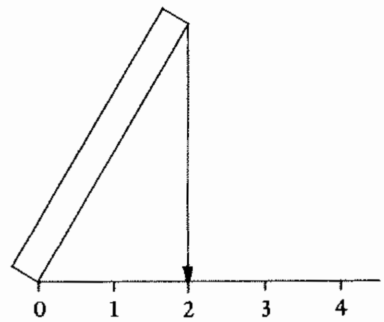


a + b = c ⇔ c − a = b

Het is mogelijk dat de kinderen deze relatie in alle getalsmatige opgaven herkennen. De relatie is dan *geformaliseerd* en kan desnoods *geformuleerd* worden in stroken of letters.
Het gevaar van een te snelle abstraktie naar het letterrekenen is echter niet denkbeeldig. De kinderen kunnen vervallen in een 'formulisme' zonder ontdekt te hebben dat de formule iets vertelt over de relatie tussen optel- en aftrekopgaven.

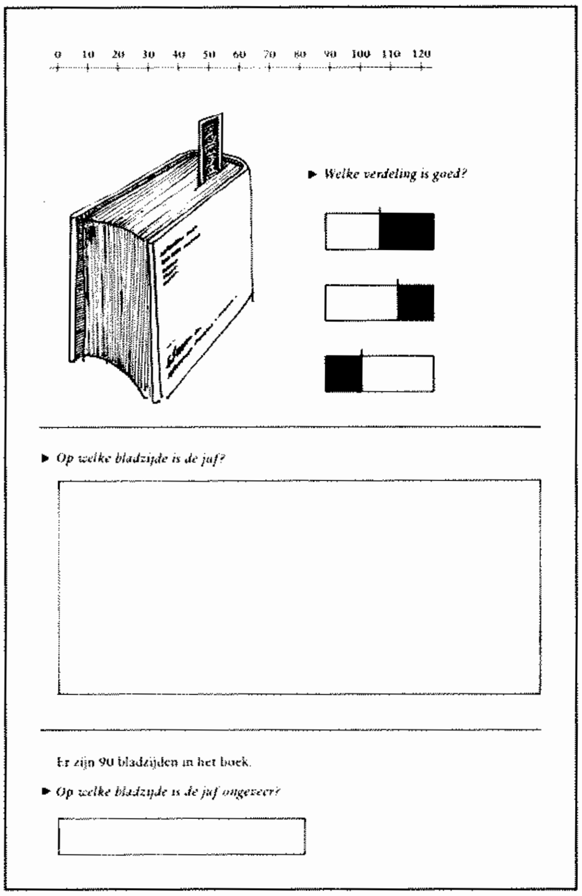
(4) **Balken op de getallenlijn leggen** *(werkblad 10)*
Een andere voortzetting is het plaatsen van balken op de getallenlijn. Niet om te meten – zoals onder (1) beschreven – maar om relaties tussen de lengte van de balk en de maateenheden aan te geven.

* Het 'scharnieren' van de balk is niet altijd duidelijk.
  Sommige stellen het zich aldus voor:

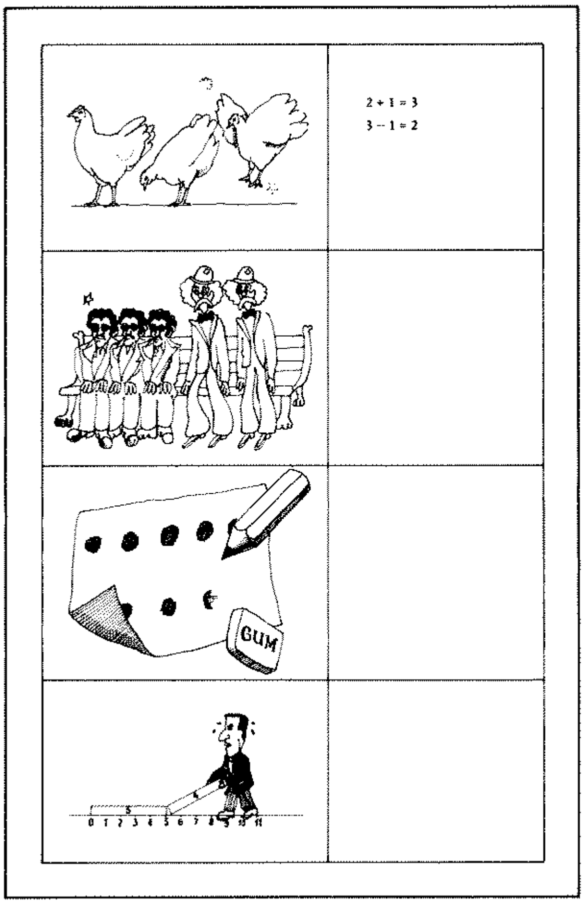


* In *werkblad 11* is aan één balk een getal toegevoegd, zoals ook bij het vergelijken en knippen van stroken (zie (2)).

WERKBLAD 7

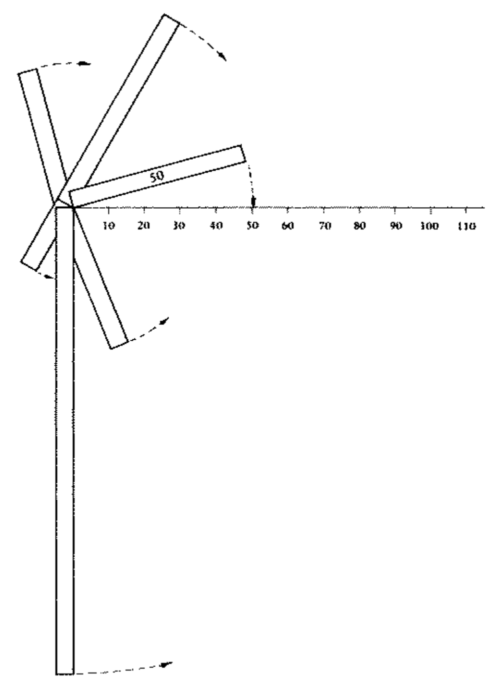


WERKBLAD 8

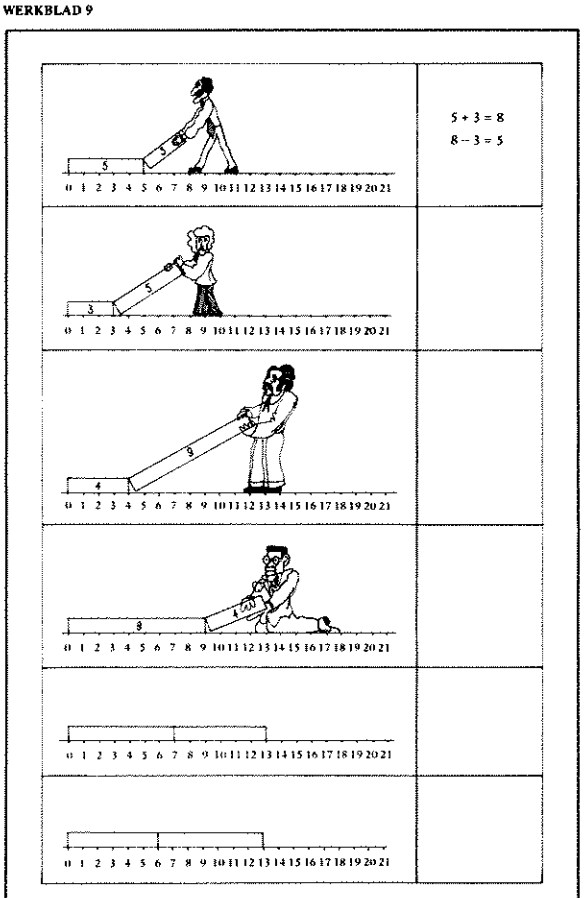


WERKBLAD 10

► *Schrijf getallen in de balken.*



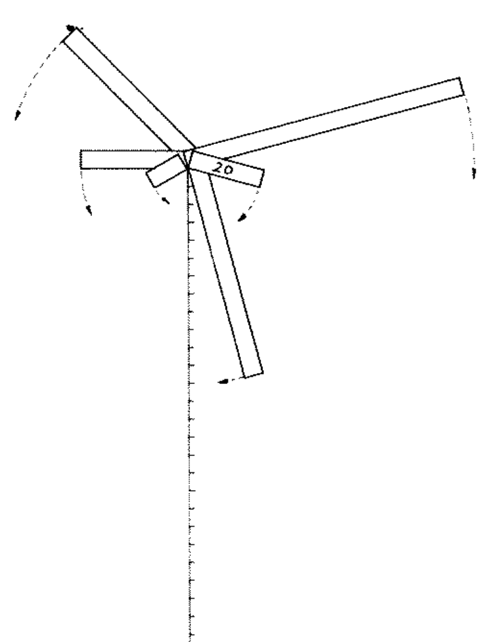
WERKBLAD 9



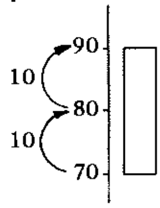
WERKBLAD 11

► *Maak de getallenlijn.*

► *Schrijf getallen in de balken.*



* Sommige kinderen meten in *werkblad 12* de balk niet vanaf 0, maar tellen de stappen vanaf 70:



* In *werkblad 13* vindt u een herhaling van het bouwen van muren (zie werkblad 3). Hier wordt echter uitsluitend het *lineaire* aspekt beklemtoond.

* * *

▶ **SIMBOLISEREN**

De stroken zijn vanuit strikt wiskundige motieven ingevoerd: als hulpmiddel bij de hoofdbewerkingen, bij het meten met en vergelijken van verschillende schalen, om verhoudingen aan te geven, om relaties tussen optellen en aftrekken te representeren. Kortom, tot nu toe was er sprake van nogal *formele* aktiviteiten: getallen toevoegen aan stroken, stroken ordenen, en dergelijke.

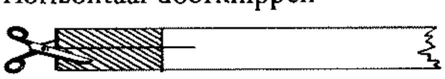
De vraag rees of het niet mogelijk was de stroken te gebruiken om allerlei situaties en verschillende grootheden (inhoud, oppervlakte, gewicht, en dergelijke) te *simboliseren*.

Na het formele werken met stroken zijn toepassingen op het gebied van simboliseren ontwikkeld.[1]) We beschrijven enkele werkbladen.

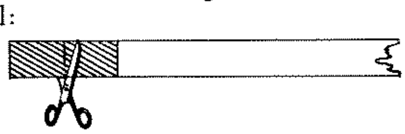
⑤ **Inhoud, prijs, gewicht en stroken** *(werkblad 14)*

* *Twee fundamentele opmerkingen*
  - De kinderen moeten de strook hier *niet* als *maatlat* gebruiken. In het vat geldt immers een andere maateenheid dan bij de strook (zie ook: het voorleesboek — werkblad 7).
  - Van de *strook zelf* representeert *niet* de *oppervlakte*, maar uitsluitend de strook*lengte* de inhoud (hoogte) van de vloeistof in het vat.

    Horizontaal doorknippen

    is derhalve minder geschikt dan vertikaal:

Het probleem ligt wiskundig in het gebruik van verschillende afbeeldingen: de maat enerzijds en de multilineaire funkties anderzijds.

* Laat *eerst* de stroken *tekenen* (meetkundig aspekt) en daarna, door de stroken te vergelijken, getallen invullen (rekenkundig aspekt).
* *Voortzetting (werkblad 15).*

⑥ **Zich een verhaal realiseren** *(werkblad 16)*

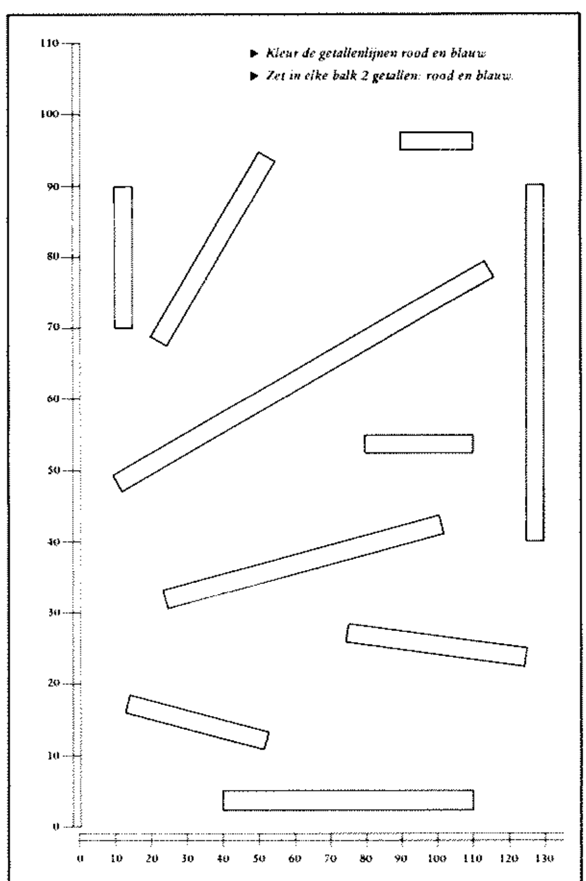
> 'Hans deelt zijn reep chocola met johan.
> Johan deelt het stuk met zijn zus en broer.
> Als zij het papier er af haalt vindt zij drie stukjes.
> Hoeveel stukjes zaten er in de hele reep?'

* Dit verhaal is een 'ingeklede vergelijking'. De gezochte onbekende x in de vergelijking $\frac{1}{6}\,x = 3$, is de grootste strook in het strokenschema op het werkblad.

  De vergelijking $\frac{1}{6}\,x = 3$ en het strokenschema zijn beide (substantiële) realisaties van het verhaal, waarin een oplossing is te vinden.

  Deze vormen van simboliseren (substantiële realisaties) moeten we de kinderen bewust aanleren.

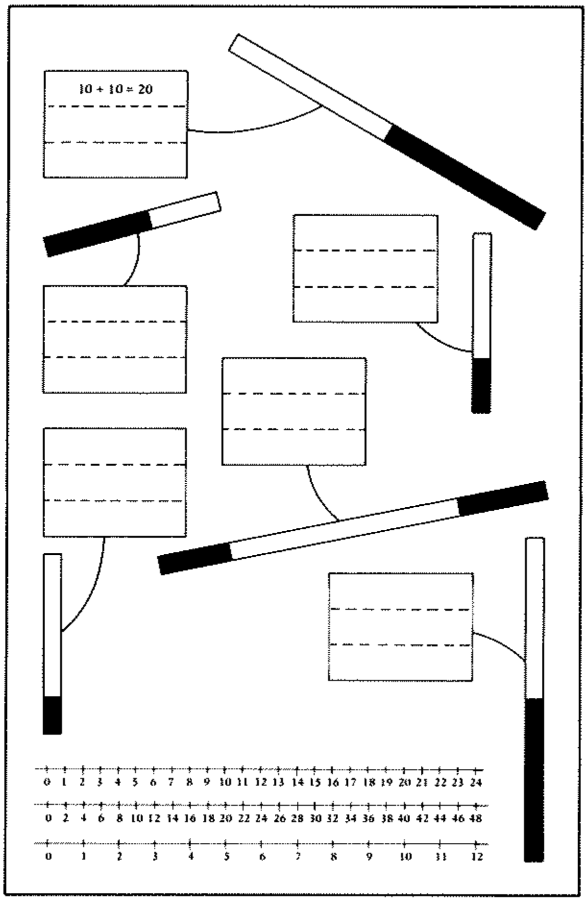
WERKBLAD 12



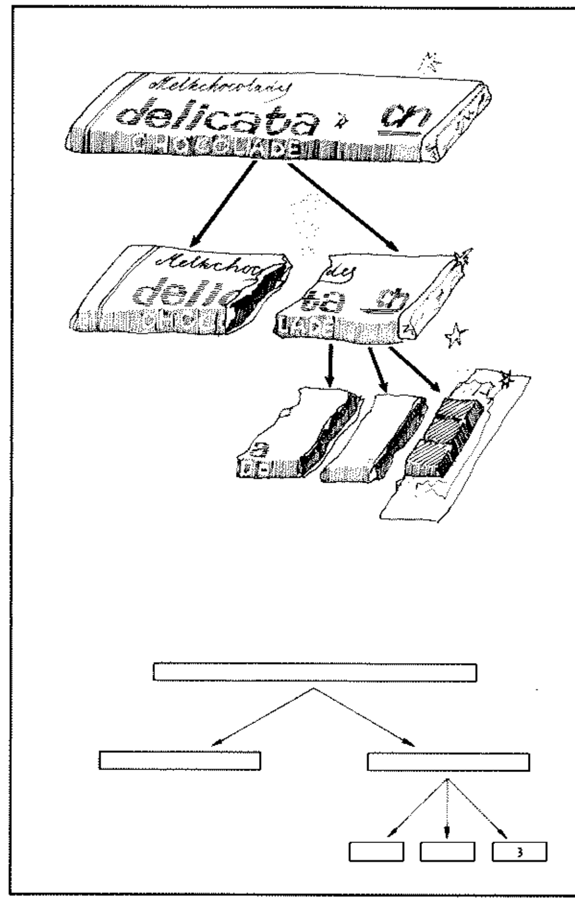
---

1) Het is mogelijk dat deze volgorde in de aanbieding niet de juiste is geweest. Nader onderzoek dient te volgen.

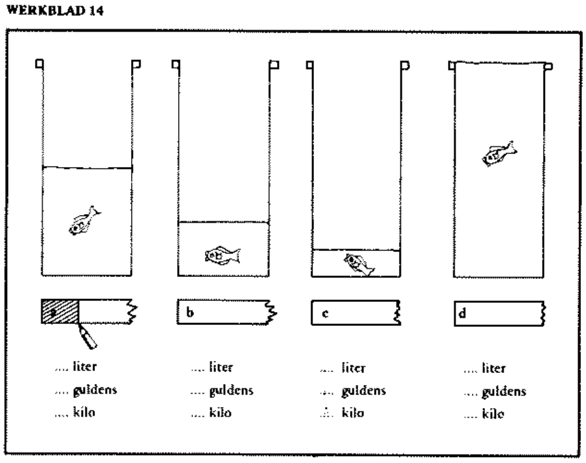
WERKBLAD 13



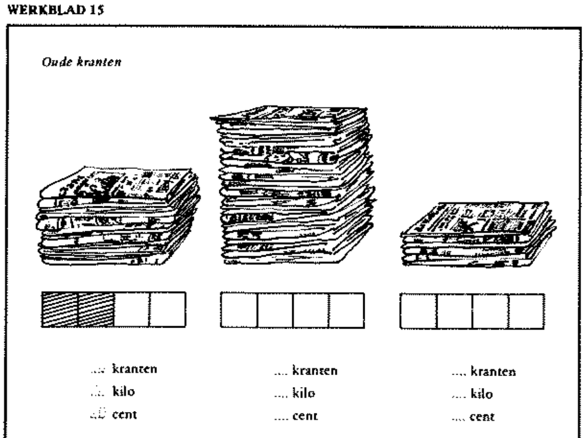
WERKBLAD 16



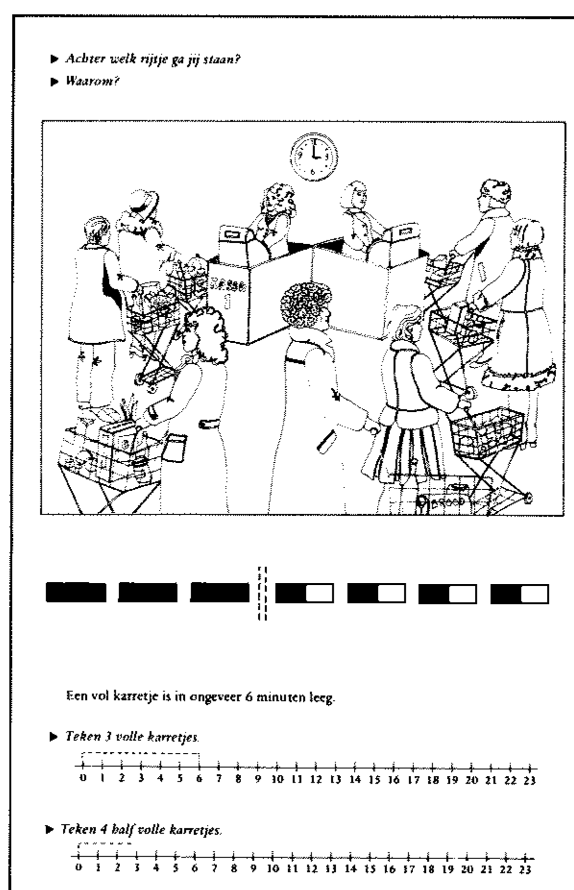
WERKBLAD 14



WERKBLAD 15



WERKBLAD 17



⑦ 'Onzekere' situaties met balken simboliseren *(werkblad 17)*

* *Vragen*
  - 'Achter welke rij ga jij staan? Waarom?'

    De kinderen zullen hun keus gemakkelijk beargumenteren – probeert u het maar eens in uw klas!
  - 'Met welk karretje in de andere rij word je tegelijk geholpen?'
* U kunt de situatie ook *simuleren*, door stroken te laten maken, waarvan de lengte de wachttijd simboliseert.
* Een andere 'onzekere' situatie vindt u op *werkblad 18*.

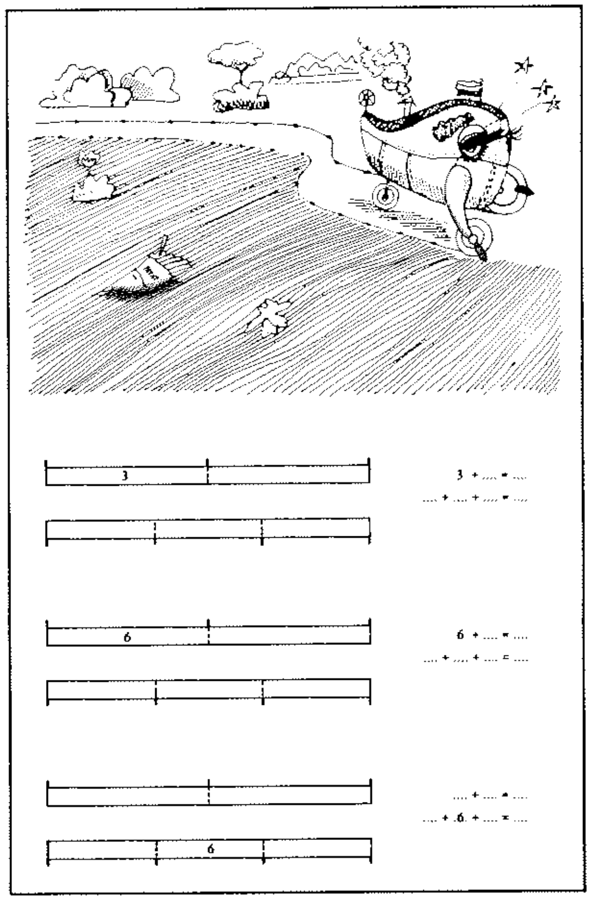
⑧ Sporen en stroken *(werkblad 19)*

* Meten van een vaste lengte met verschillende wielen.
* Hoe kleiner het wiel (maateenheid), hoe groter het aantal omwentelingen om een vaste lengte af te leggen.

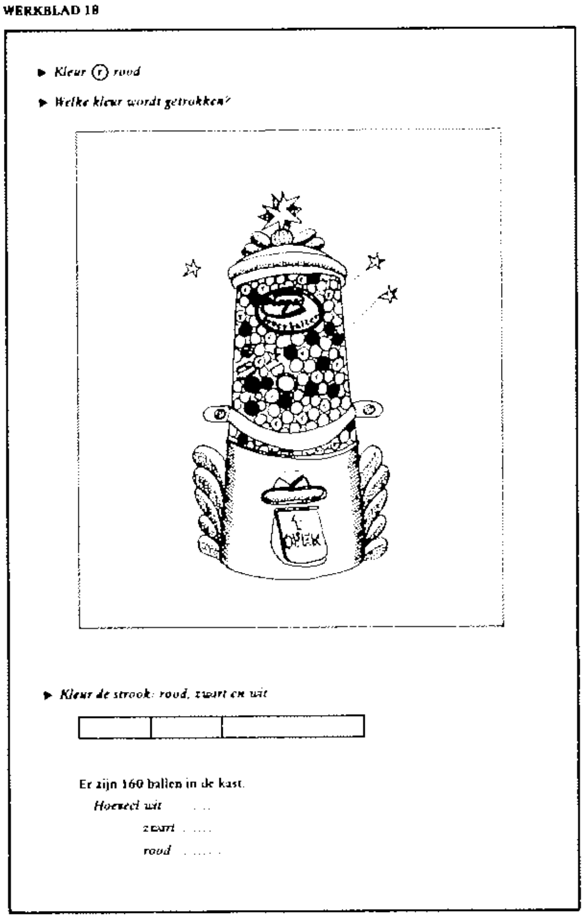
  Zie ook *werkblad 20.*
* *Voortzettingen*

  Stroken gebruiken bij het klassifiseren, ordenen en opereren van en met *breuken.*

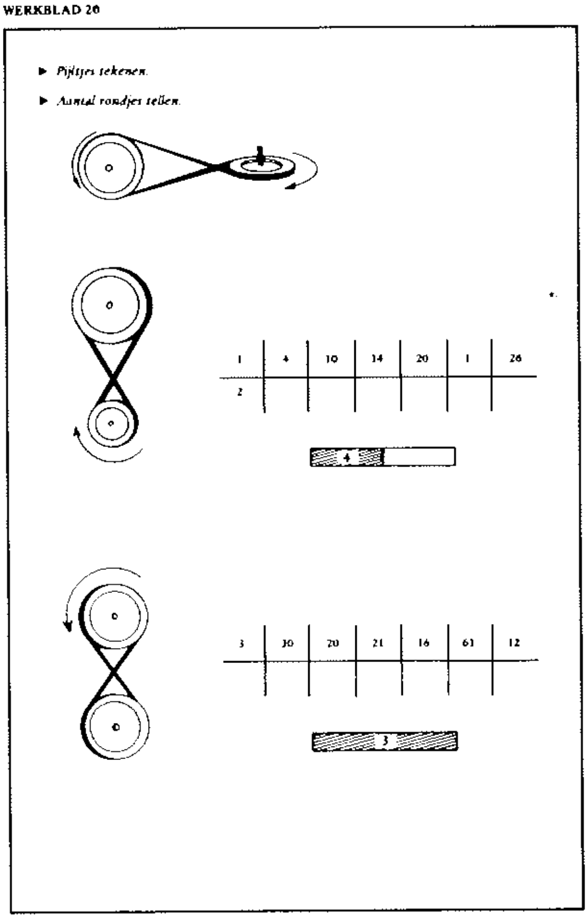
WERKBLAD 19



WERKBLAD 18



WERKBLAD 20

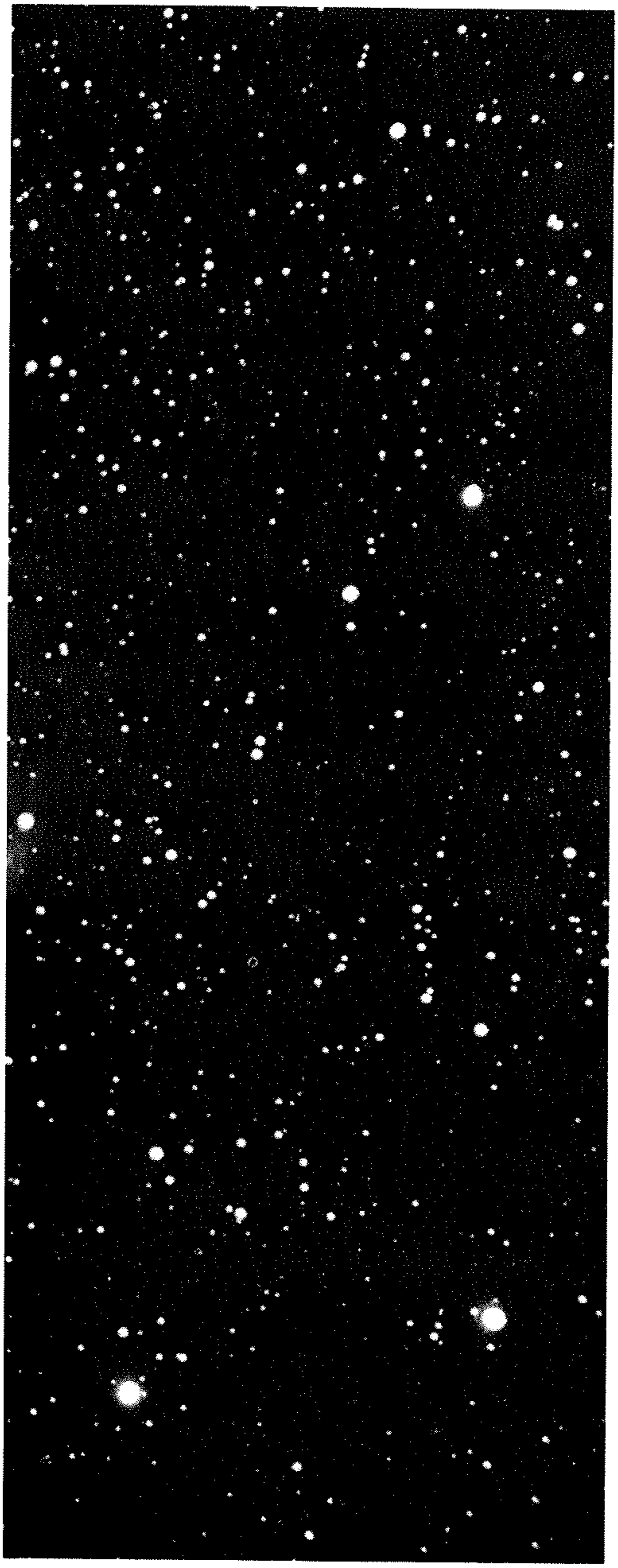


5.3 sterren stralen overal

RAAD- EN TELWERK IN DE MIDDENBOUW

De werkbladen staan, op gebruiksgrootte en uitneembaar, afgedrukt in het **LOS BLOK (pag. 474).**

HANS TER HEEGE



Wie bij heldere nacht de hemel bekijkt, met het blote oog of met een kijker, zal gauw onder de indruk raken van wat hij ziet: ontelbare sterren, schijnbaar willekeurig in de ruimte gestrooid.
Dankzij moderne teleskopen weten we, dat het aantal sterren dat wij met het blote oog kunnen zien slechts een klein deel van het totaal aantal sterren uitmaakt.

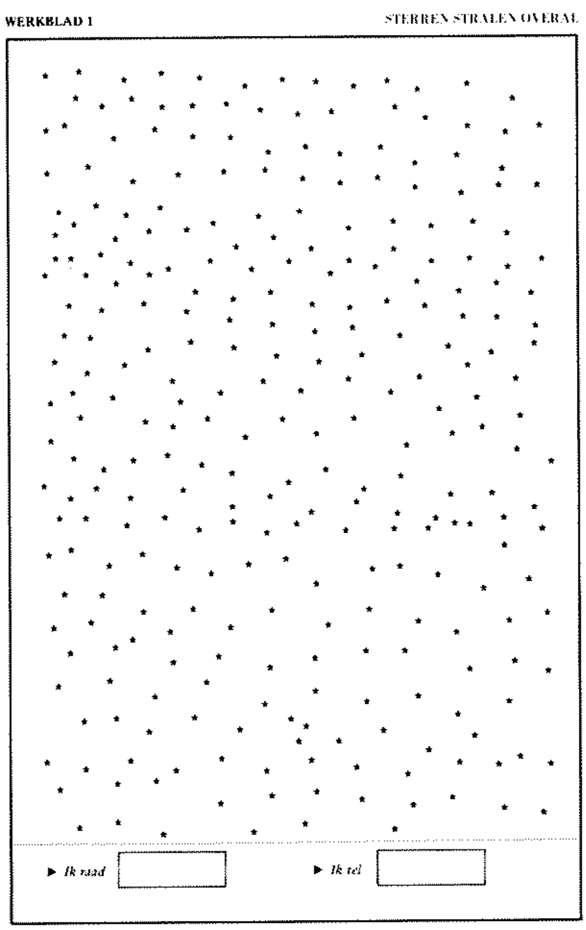
Na een korte inleiding over de sterrenhemel delen we het eerste werkblad uit.

★ *Hoeveel sterren zullen er op het werkblad staan, denk je?*

De antwoorden zullen erg uit elkaar liggen. We schrijven een paar gissingen op het bord. Vervolgens gaan we na welke raadstrategieën de leerlingen er op na hebben gehouden.

★ *Hoe kom je erbij dat 100 zeker te weinig is en 800 zeker te veel?*

★ *Je kunt natuurlijk wel zomaar wat raden, maar misschien kun je ook wat slimmer raden, zodat je een grotere kans hebt om in de buurt van het juiste aantal te komen. Wie heeft een idee?*



Er zijn voldoende raadstrategieën te bedenken. Een voor de hand liggende is deze:

– we tellen er ergens 25, we omkringen het gebied waarbinnen die 25 sterren zitten;
– vervolgens schatten we hoeveel keer het omkringde gebied in het hele sterrengebied gaat;
– tenslotte voeren we de vermenigvuldiging uit.

Omdat we willen nagaan of serieuze schattingen inderdaad in de buurt van het werkelijke aantal sterren komen, gaan we over tot een nieuwe opdracht.

★ *Tel het aantal sterren op het werkblad eens heel precies.*

Dit is een tijdrovend werkje, waarin de ene leerling veel meer bedreven is dan de andere. Dit is onder meer een gevolg van de verschillende telstrategieën. Sommige leerlingen tellen chaotisch, soms zelfs meerdere strategieën door elkaar gebruikend, andere zijn konsekwent en hanteren bijvoorbeeld óf een aftel- óf een groepeermetode.
We inventariseren de telresultaten op het bord. Kleine 'vergissingen' vallen ons daarbij op:

– één te weinig of te veel
– tien te weinig of te veel geteld.

Het is verbazingwekkend te konstateren hoe de telresultaten onderling nog variëren.
Dan bespreken we de gevolgde telstrategieën door van iedere strategie een beginnetje aan te geven.

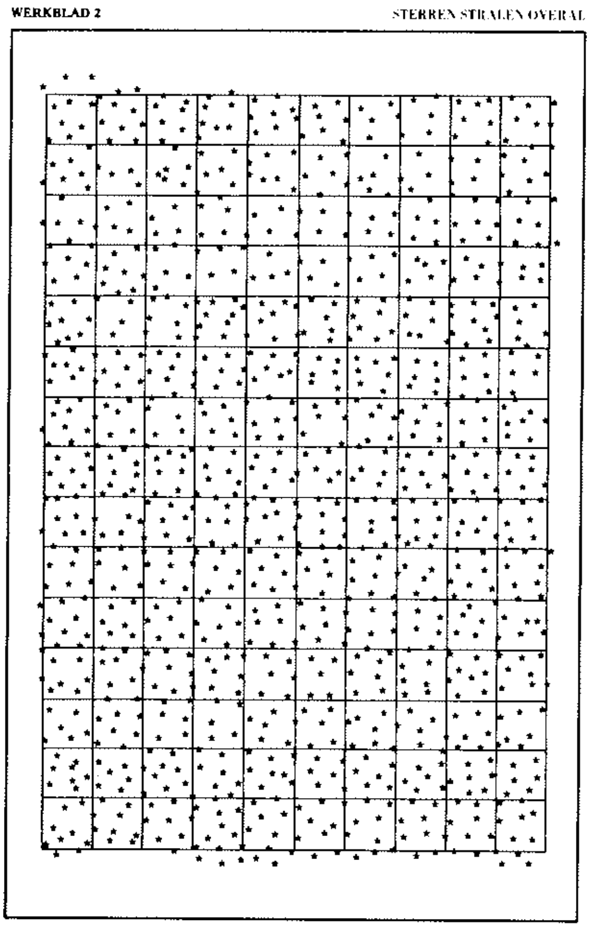
★ *Is er een handigste telstrategie? Een vlugste? Een nauwkeurigste?*

★ *Is het belangrijk voor sterrenkundigen om precies het aantal sterren te weten?*
Is het belangrijk voor dierenbeschermers om precies het aantal walvissen in de ijszeeën te weten?
Is het belangrijk voor radioverslaggevers om precies het aantal bezoekers van de voetbalwedstrijd te weten?

Het antwoord op elk van de vragen zal uiteraard in de meeste gevallen *'nee'* zijn. Vaak is het belangrijker om een nauwkeurige *indruk* te hebben. We zoeken dus eigenlijk naar metoden die het tijdrovende, en soms onmogelijke, tellen onnodig maken. We zullen moeten gaan gissen. Maar wel: *slim gissen*.

We delen nu *het tweede werkblad* uit. Ook dit stelt een deel van de sterrenhemel voor. Er is een rooster over gelegd door iemand die vrij nauwkeurig wil weten hoeveel sterren er op het blad staan.

★ *Wat heb je eraan? Hoe kun je zo het aantal sterren op dit blad bij benadering weten?*



De leerlingen zullen suggesties doen als: 'tel per hokje het aantal sterren en ga vervolgens de resultaten van al die hokjes optellen'.
In de diskussie kan echter naar voren komen dat dit een nogal omslachtige werkwijze is. Per slot van rekening staan er wel 150 hokjes op het blad.
Er is een betere (dat wil zeggen: *snellere*) metode, die, als de leerlingen er niet zelf mee komen, verteld moet worden.
We kiezen – willekeurig – vijf hokjes bijvoorbeeld en tellen in elk het aantal sterren. Dan tellen we de telresultaten van de vijf hokjes op en vermenigvuldigen de som met 30.

★ *Waarom met 30?*
★ *Waarom nemen we vijf hokjes en niet één, die we dan met 150 vermenigvuldigen?*

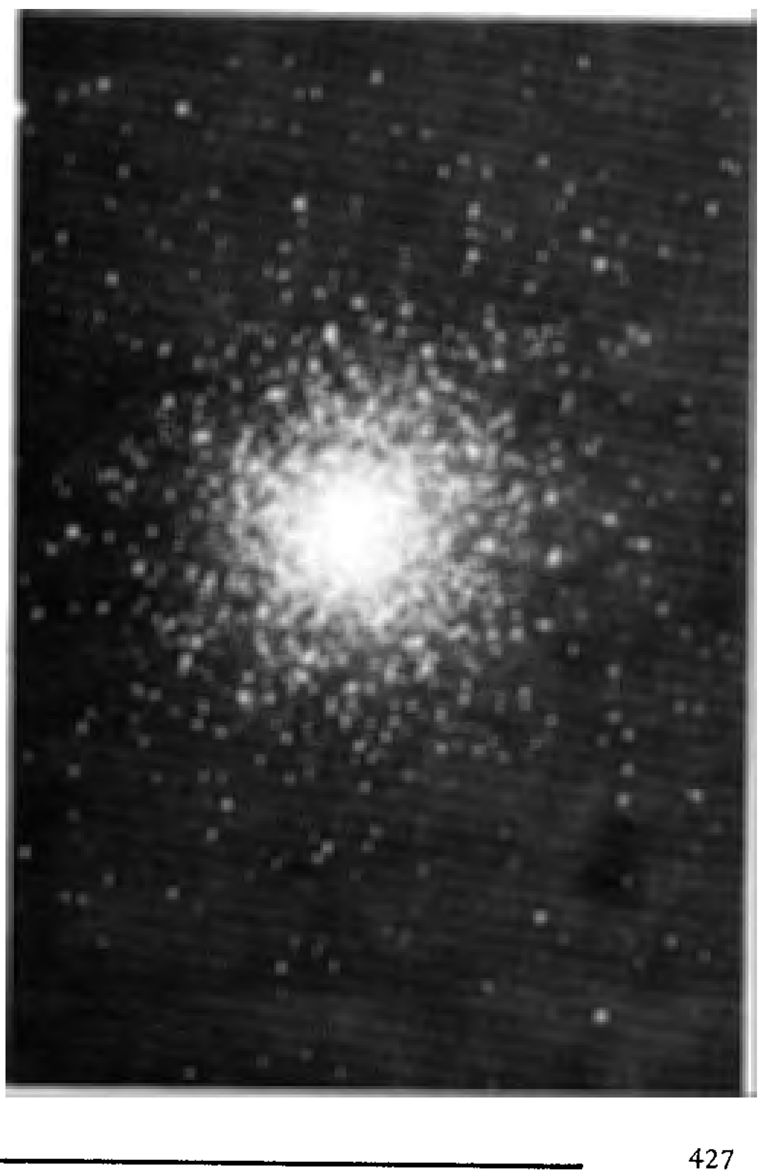
Het gaat hier om de nauwkeurigheidsfaktor. We kiezen een willekeurig hokje en gaan na wat de uitkomst is als we het aantal sterren in dat hokje met 150 vermenigvuldigen.

★ *Welke uitkomst zal nauwkeuriger zijn: wanneer we vijf hokjes nemen of wanneer we één hokje nemen?*
★ *Wat zal nog nauwkeuriger zijn?*

We berekenen de uitkomsten in een aantal gevallen:
– ik kies 6 hokjes willekeurig
– ik kies 10 hokjes willekeurig
– ik kies 15 hokjes willekeurig
– ik kies 25 hokjes willekeurig.

★ *Wat zal een redelijke keuze zijn, zodat we niet te veel rekenwerk hebben en toch een uitkomst krijgen, die niet te veel afwijkt?*

Met deze belangrijke diskussie over een vraag die te maken heeft met *'statistisch denken'*, eindigen we de les.



5.4 jan jaap, onze bakkers-jongen

ROETEPROBLEMEN (EN NOG WAT) VOOR DE MIDDENBOUW

HANS TER HEEGE

Voor de leerlingen

1 Elke vrijdagmorgen komt *jan jaap* aan de deur met koekjes. Dat hij vele klanten in ons dorp heeft kun je zien aan zijn mand, vol met zakjes koekjes. De klanten wonen her en der. Hiernaast zie je ons dorpje. De huizen van *jan jaap's* klanten kun je in de tekening herkennen. Ze hebben deuren en ramen.

▸ *Op hoeveel adressen moet jan jaap zijn?*

Antwoord:

Met twee pijlen zie je aangegeven waar *jan jaap* zijn roete begint en waar hij het dorpje weer verlaat.

▸ *Bedenk een roete die jan jaap zal volgen door het dorp. Is er een kortere roete?*

▸ *Teken die roete.*

Hiernaast zie je ook de plattegrond van ons dorp.

▸ *Geef met twee pijlen aan waar jan jaap het dorp in komt en waar hij het dorp verlaat.*

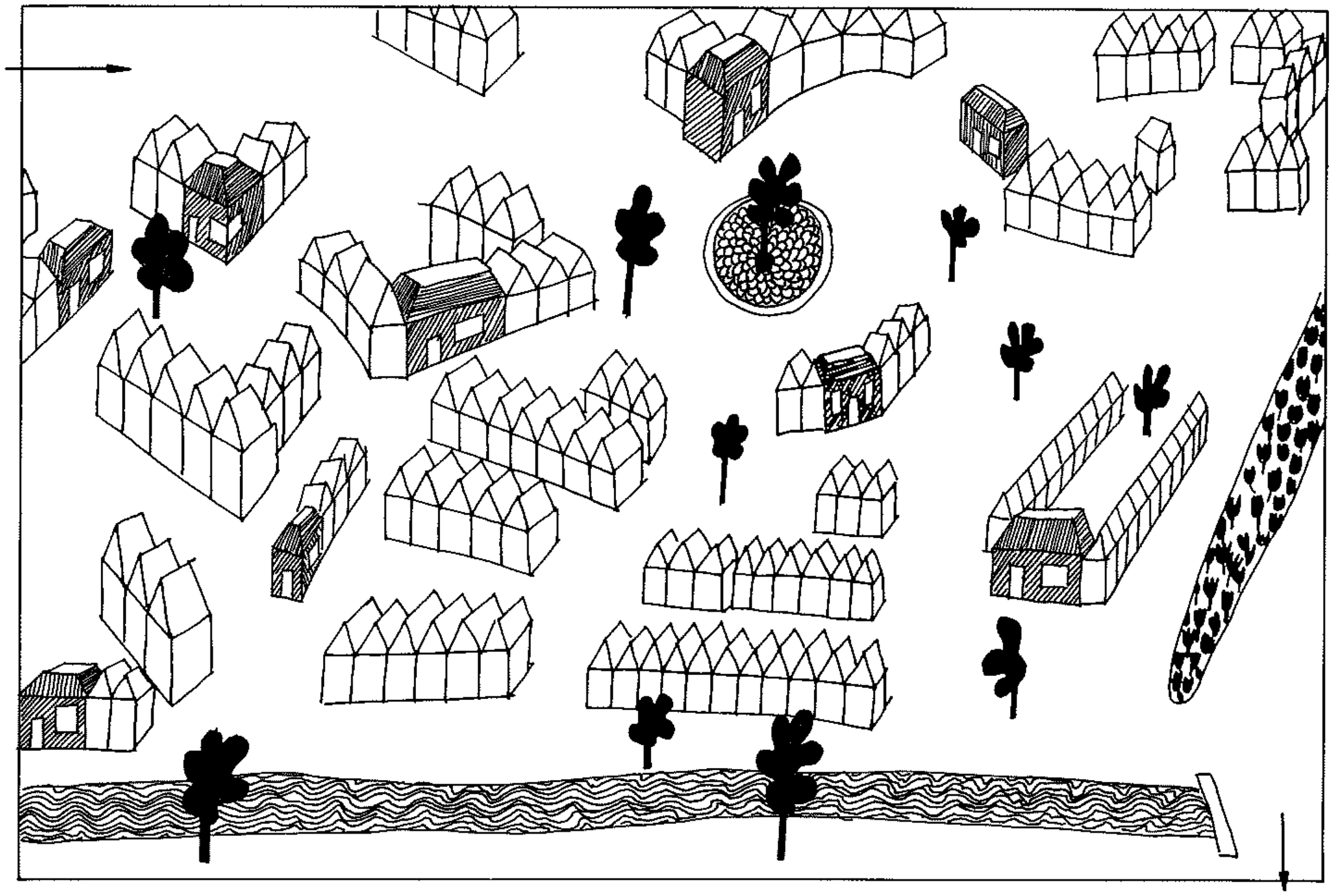
▸ *Kleur de huizen van jan jaap's klanten rood.*

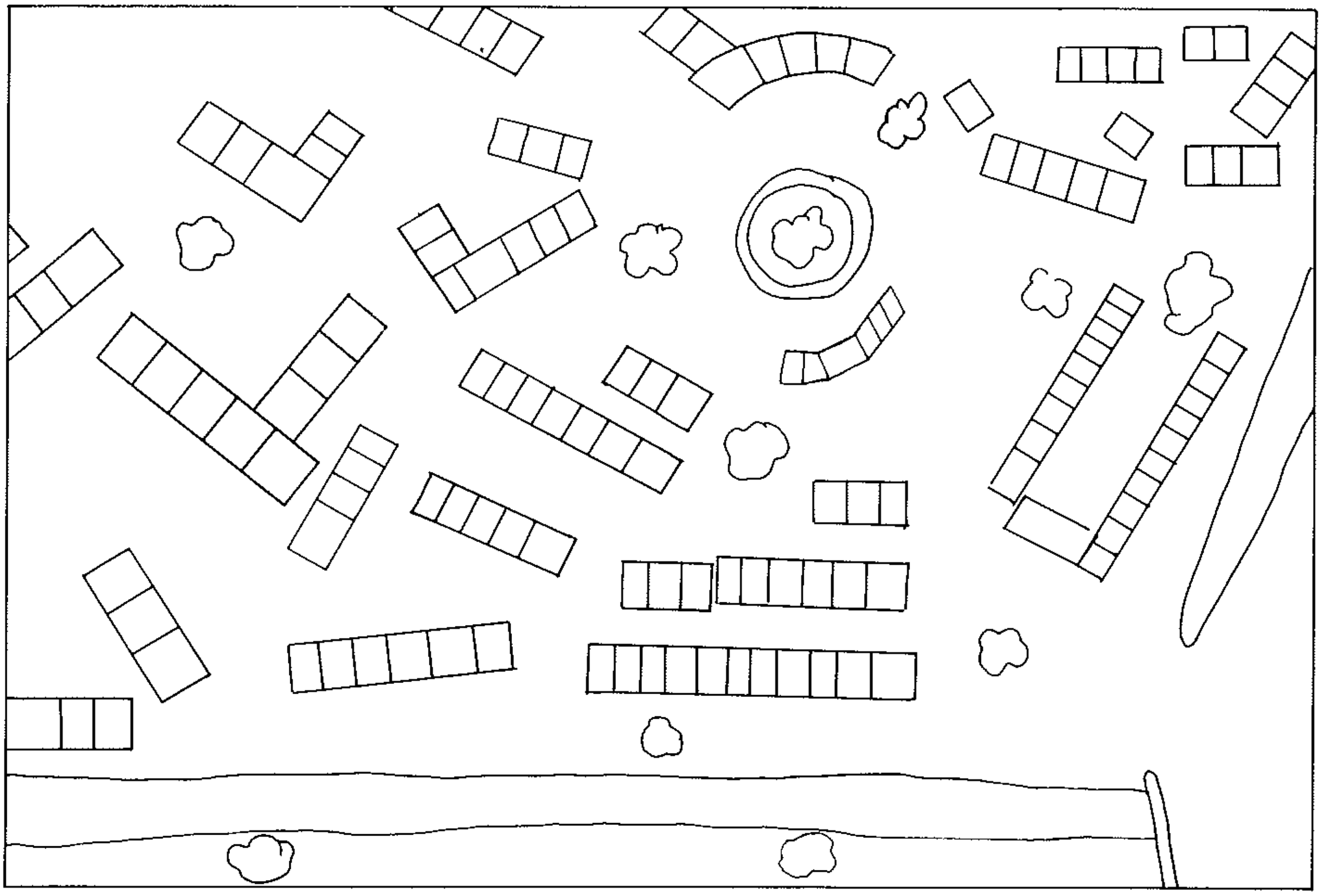
▸ *Kleur de bomen op de plattegrond groen.*

▸ *Als je goed kijkt, zie je dat één van de bomen op de plattegrond fout is geplaatst. Welke?*

Antwoord:

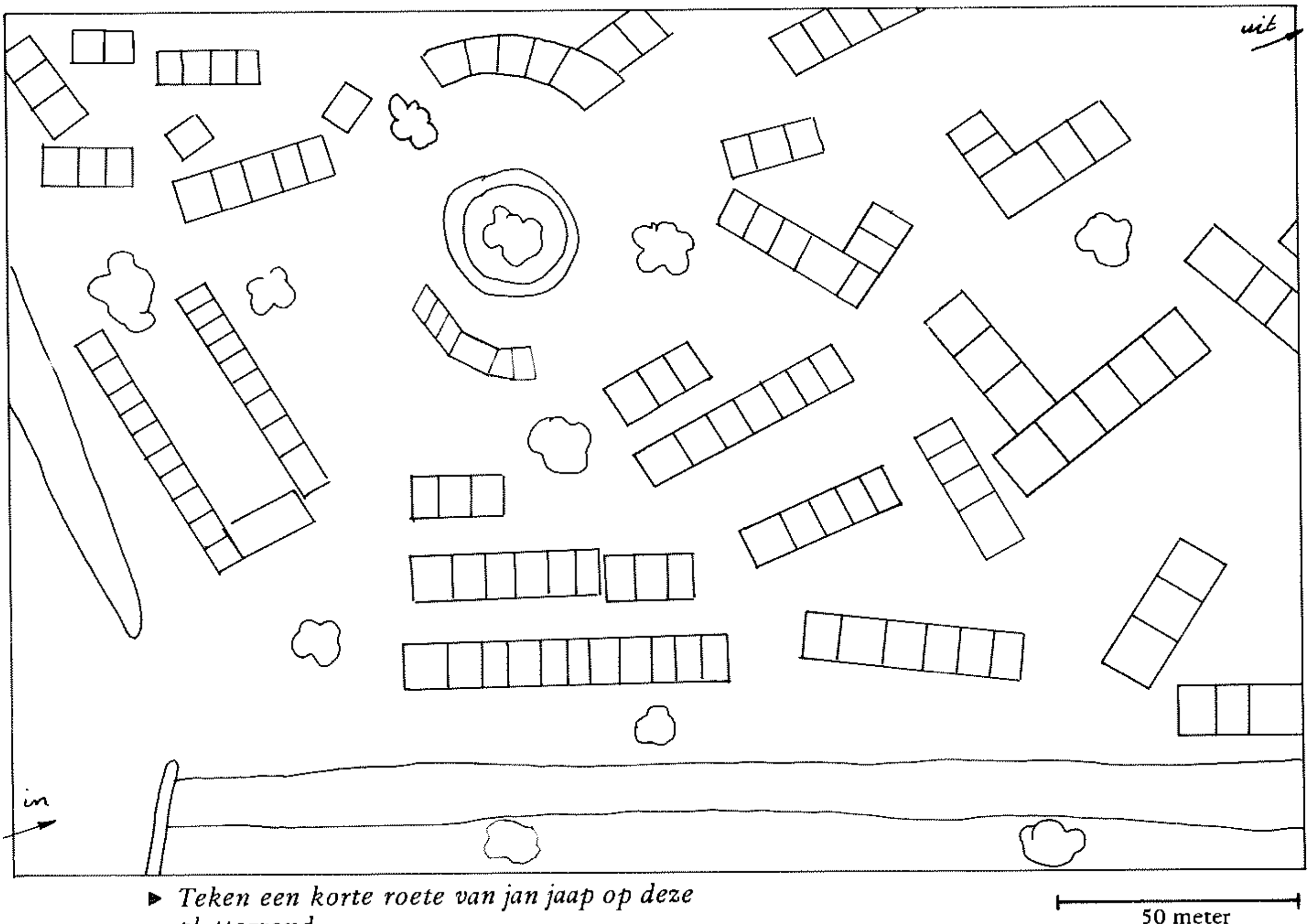
▸ *Teken op de plattegrond de kortste roete van jan jaap langs zijn klanten.*





(2) Hoe *lang* de weg is die *jan jaap* aflegt, weet je alleen als je de *schaal* van de plattegrond kent.

Hier zie je de plattegrond van ons dorp met een schaal:



- ▶ *Teken een korte roete van jan jaap op deze plattegrond.*

Jan jaap begint zijn roete bij de pijl en verlaat het dorp bij een pijl. Kijk maar op de plattegrond!

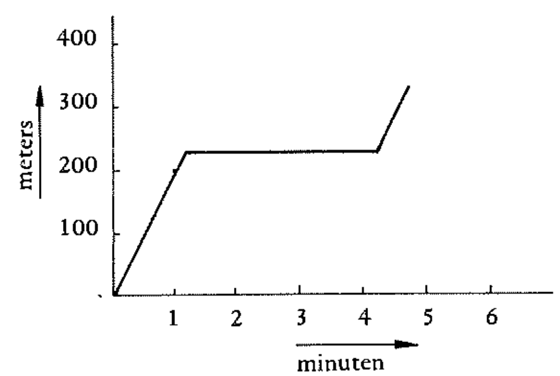
- ▶ *Meet hoe lang de roete van jan jaap is. Gebruik liniaal of andere hulpmiddelen.*

Antwoord:

ongeveer ...... meter lang

- ▶ *Ga na of er kortere roetes mogelijk zijn. Als je er een vindt, moet je die roete ook in de plattegrond tekenen.*

(3) Op een dag blijkt dat *jan jaap* de boodschappen van één klant vergeten is. Dat is niet erg, het kost alleen wat tijd. Want *jan jaap* moet terug naar de banketbakkerij om de bestelde boodschappen alsnog te halen.
Dat doet hij dus maar. Hij komt weer het dorp in bij de *in*-pijl en verlaat het dorp bij de *uit*-pijl.
In een grafiek kun je zijn belevenissen onderweg aflezen:



Kijk goed naar de grafiek!

- ▶ *Hoe lang is jan jaap onderweg geweest?*

Antwoord:

minuten

- ▶ *Hoe lang heeft jan jaap bij de klant gestaan?*

Antwoord:

▶ *Hoe lang is de roete van jan jaap?*

Antwoord:

En de lastigste vraag.

▶ *Welke klant zou het geweest kunnen zijn?*

Antwoord:

Tevreden keert *jan jaap* weer terug naar de banketbakkerij. Het zit er weer op voor vandaag.

* * *

Voor de onderwijzer

Het pakketje is bedoeld voor de vierde klas en bestaat uit drie lessen.

In het *eerste deel* gaat het er om slimme roetes op een plattegrond en op een panoramische 'foto' te zoeken. Belangrijk is ook de relatie tussen plattegrond en panoramische 'foto'.

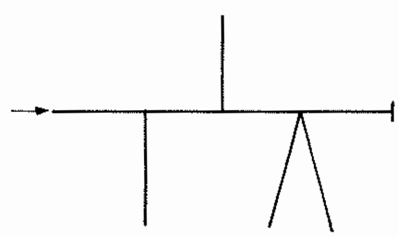
De tekst spreekt voor zich.

Indien realiseerbaar, kunt u het beste iedere leerling een kopie van de 'foto' en van de plattegrond geven. Tezamen kunnen ze op één A_4-blaadje.

De in de tekst genoemde opdrachten kunnen mondeling verstrekt worden. Mocht u over een overheadprojektor beschikken, dan kunt u daarvan bij de nabespreking handig gebruikmaken. U kunt echter ook zonder.

Bij de beschrijving van de roetes worden de leerlingen gedwongen tot een nauwkeurig taalgebruik. Met begrippen als 'rechtsaf', 'rechtdoor', 'linksaf', kunnen ze er niet uitkomen. Misschien kunt u eens een leerling de door hem op de plattegrond getekende roete laten dikteren. De gedikteerde roete kan dan door een medeleerling op het bord nagetekend worden.

Een andere mogelijkheid tot uitbreiding is de *stripkaart.* We tekenen de weg vanaf de plaats waar *jan jaap* het dorp binnenkomt, rechtstreeks, tot aan het pleintje:



Jan jaap laat eerst een straat rechts liggen, gaat die straat dus voorbij, laat vervolgens een straat links liggen, komt dan bij een hoek waar hij twee straten rechts laat liggen en arriveert tenslotte bij het pleintje.

In *het tweede deel* wordt het begrip *schaal* er bij gehaald. Konden we in het eerste deel twee roetes naar lengte vergelijken door te kijken naar de gemeenschappelijke stukken, nu krijgen we door de invoering van de schaal nieuwe en betere vergelijkingsmogelijkheden.

Het *derde deel* is niet voor iedere school te doen. In meerdere artikelen in dit bulletin is reeds opgemerkt dat de afstand-tijdgrafiek een machtig middel is om een reële situatie te beschrijven. Is een klas echter nog nooit in aanraking gebracht met een dergelijke grafiek, dan is het weinig zinvol om een en ander aan de hand van het *'jan jaap-pakket'* te introduseren. U kunt dan beter gebruik maken van de mogelijkheden die de integratieplankalender 1975[1]) biedt.

Is de afstand-tijdgrafiek wel al aan de orde geweest, dan kunt u met de leerlingen bijvoorbeeld ingaan op de vraag: 'hoe bezorgde jan jaap de boodschappen, lopend, met de fiets of met de brommer?'

Via een leergesprek is het mogelijk om alle informatie, die de in de tekst opgenomen grafiek bevat, boven water te krijgen.

[1]) Ingesloten in: wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 2.

5.5 tijd, afstand en snelheid op onze aarde

In voorgaande bijdragen over dit projekt hebben we achtereenvolgens aandacht besteed aan:
- *meetkundige verkenning van de bol*[1]*),*
- *eksperimenten in verband met de zon (boekbegrip, schaduwen)*[2]*),*
- *afstand-tijdgrafieken.*[3]*)*

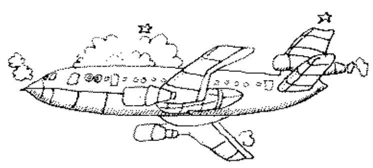
Met nevenstaand artikel ronden we de verslaggeving van dit projekt af. Hiermee is overigens niet gezegd dat het totale projekt nu uitputtend behandeld is.
In deze aflevering willen we laten zien hoe het in voorgaande lessen door de kinderen geleerde, in het vervolg funktioneert.

De werkbladen staan, op gebruiksgrootte en uitneembaar, afgedrukt in het **LOS BLOK (pag. 476).**

LEEN STREEFLAND

▶ **PLAATSELIJKE TIJD**
*** Een tweetal problemen**

WERKBLAD 1 — EEN REISJE NAAR NEW YORK EN TERUG



De familie weltevree maakt een vliegreis naar new york. Els weltevree besluit van tevoren een vliegschemaatje te maken. Ze belt een reisburo en men noemt haar de volgende gegevens. Men zegt erbij dat alles in nederlandse tijd is vermeld.

amsterdam - new york

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	13.15 u	21.30 u

new york - amsterdam

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	01.10 u	08.10 u

Als els haar werk nog eens overziet, valt haar misschien iets op. 'Hé, wat gek', zegt ze bij zichzelf, 'hoe kan dat nu?'

▶ *Wat vindt els zo gek?*
Kijk eens goed naar de tabellen.
Zie je 't ook? Schrijf maar op.

Allereerst is het probleem aan de orde, waarin het gaat om het vliegtijdverschil van 1 uur en 15 minuten. De tijden in de tabellen op het werkblad zijn in 'nederlandse' tijd gegeven. De verklaring voor het verschil is gelegen in het feit, dat in de hogere luchtlagen een konstante stroming heerst van west naar oost, de zogenaamde *'jetstroom'*. Dit levert bij de terugreis *new york-amsterdam* de genoemde tijdwinst op.

Voor de verklaring van dit tijdverschil van 1 uur en 15 minuten zullen de kinderen het (mogelijk) zoeken in oplossingen als: 'ander vliegtuig', 'andere roete', 'verschillende vlieghoogten', 'al dan niet tussenlanding(en)'.
Niet te lang bij stilstaan en de oorzaak na korte bespreking gewoon mededelen. Daarna wel beklemtonen dat deze kwestie (onder andere) weer meespeelt in *werkblad 2*.

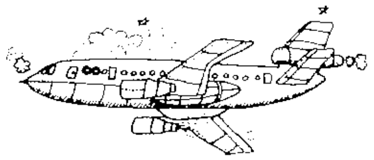
[1]) Jaargang 4 nr. 1, pag. 63 e.v.
[2]) Jaargang 4 nr. 2, pag. 168 e.v.
[3]) Jaargang 4 nr. 3/4, pag. 309 e.v.

WERKBLAD 2 EEN REISJE NAAR NEW YORK EN TERUG

Els wil er meer van weten en besluit eens in de dienstregeling van de KLM te kijken.
Ze vindt daarin:

amsterdam - new york

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	13.15 u	16.30 u



new york - amsterdam

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	20.10 u	08.10 u *

*) volgende dag

Bij het zien van deze dienstregeling wordt de verbazing van els nog groter.
Nu begrijpt ze er helemaal niets meer van.

▶ *Wat vindt els dan zo vreemd?*

▶ *Kun je er iets van zeggen?*

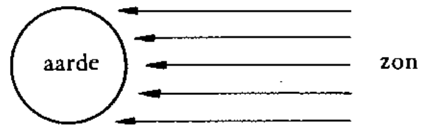
We komen vervolgens aan het probleem, waarbij in de tabellen vertrek- en aankomsttijden *lokaal* zijn gegeven. Nu is dus ook het tijdverschil van 5 uur tussen *amsterdam* en *new york* ingekalkuleerd.

* **We kijken eens wat nader naar die tijdverschillen.**
Met behulp van de globe en de diaprojektor (als zon) kunnen we de werkelijke situatie aardig nabootsen. Als we tussen de 'vensters', waar de filmstrip normaliter doorloopt, in het midden vertikaal een draadje spannen, werpt dit draadje een 'schaduwmeridiaan' op de globe. (zie foto)

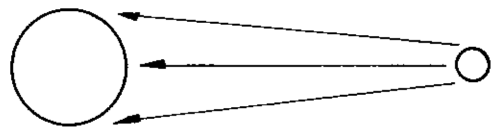
Op die manier kunnen we ook nog aangeven waar het middag is.

We moeten er overigens wel aan denken, dat de zonnestralen op aarde 'evenwijdig' aankomen.

Dus zo:



En níet zo:

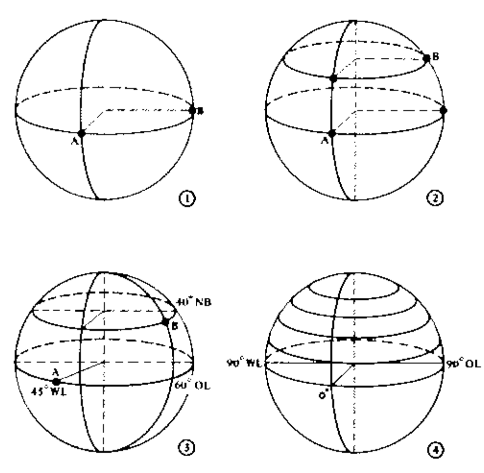


Met het 'globe-projektor-model' kijken we naar de aarde, draaiend van west naar oost. Stel, we bevinden ons in arnhem en de zon komt juist op:

— waar is het nu nog nacht?
— waar is het al dag?
— waar is het middag?
— waar komt de zon een uur later op?
— hoeveel graden westelijk van arnhem? (in 24 uur 360°, dus per uur 15°, etc.)

Als we zo even geproefd hebben van de verklaring van die verschillen in plaatselijke tijd, kijken we er nog eens naar op een wat abstrakter nivo, en wel aan de hand van *werkblad 3*.

WERKBLAD 3 PLAATSELIJKE TIJD



▶ *Tijdverschillen tussen A en B:*

①:
①:
③:
④:

▶ *Hoe zit dat met londen en kaapstad?*

▶ *En met arnhem en moskou?*

– Bereken die tijdverschillen. Wat merk je op? (meridiaan ....?) In ④ mag je het zelf zo lastig mogelijk maken. Hoe zit 't in west-europa?
Spoorwegen en spoorboekjes; 'reis' eens van arnhem naar berlijn.
– Relatie onderhouden met de globe.
– Hoe zit 't met dat tijdverschil?
Cirkel (360°) rond in 24 uur; de aarde (de zon) 'schuift dus per uur 15° op'; klopt dat nu met amsterdam (5° OL) en new york (70° WL)? (zie werkblad 2)
– Laat het ook eens bepalen voor londen/ kaapstad en arnhem/moskou (kaart of globe erbij!)

* * *

▶ **HOE SNEL DRAAIT DE AARDE?**

In het voorgaande zijn al aanzetten gegeven om te komen tot het bepalen van de snelheden van diverse punten op verschillende parallellen.

* **Hoe snel draait de aarde?**

Wanneer we de snelheid van een punt op een willekeurige breedtecirkel bekijken, is deze met behulp van graden vrij eenvoudig te vinden.
Eén keer rond (360°) in 24 uur, dus per uur 15°.

Als je over 'de' snelheid van de rotatie (van de aarde) wilt spreken, dan is deze metode uitermate geschikt. Men spreekt in de natuurkunde trouwens vaker over 'hoeksnelheid'. De hoeksnelheid van de aarde is dus 15° per uur.

Het vervelende is, dat dit voor iedere breedtecirkel geldt en hiermee dus nog weinig informatie gevonden is over de snelheid van punten op de aarde op verschillende breedtes.
Nu is het zó, dat de punten op aarde eenparig bewegen; de snelheid is telkens konstant. Een punt op de evenaar (ca 40.000 km lang) draait in 24 uur (= 24 x 60 x 60 sekonden) precies één keer rond. De snelheid (in km/uur of in m/sekonde) kan berekend worden.
Om uitspraken over de snelheid (uitgedrukt in km/uur of m/sekonde) van punten op andere breedtecirkels te doen, moeten de kinderen dus beschikken over gegevens betreffende de lengte van verschillende breedtecirkels of gedeelten daarvan. Er staan nu verschillende mogelijkheden open om hier achter te komen.

Deze 'snelheid' wordt niet ervaren door de mensen op dat punt. Je merkt dus ook niet dat je op de evenaar harder gaat dan op de pool. Dat geldt ook in een trein, auto of vliegtuig. Als je niet naar buiten kijkt, weet je ook niet of je harder gaat dan een uur geleden.

Kaarten

Moet bijvoorbeeld de snelheid van een punt op 52° NB bepaald worden, dan nemen we een kaart voor ons, waarop zich tenminste een gedeelte van deze breedte(cirkel) bevindt.
We bepalen met behulp van de meridianen op de kaart een gedeelte van de breedtecirkel, dat 15° 'lang' is. Zo'n gedeelte is immers de 'afstand', die door de aarde per uur 'afgelegd' wordt. Door meting van dit gedeelte van de betrokken breedtecirkel en toepassing van de schaal van de gebruikte kaart, kan zo de snelheid in km/uur bepaald worden.

· *Rekenen*

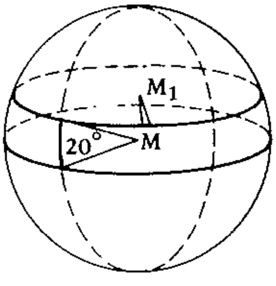
WERKBLAD 4 HOE SNEL DRAAIT DE AARDE?

lengte van een graad op parallelcirkels

noorder of zuider breedte	meters	noorder of zuider breedte	meters	noorder of zuider breedte	meters
0 00	111 321	30 00	96 488	60 00	55 802
1 00	111 304	31 00	95 506	61 00	54 110
2 00	111 253	32 00	94 495	62 00	52 400
3 00	111 169	33 00	93 455	63 00	50 675
4 00	111 051	34 00	92 387	64 00	48 934
5 00	110 900	35 00	91 290	65 00	47 177
6 00	110 715	36 00	90 166	66 00	45 407
7 00	110 497	37 00	89 014	67 00	43 622
8 00	110 245	38 00	87 835	68 00	41 823
9 00	109 959	39 00	86 629	69 00	40 012
10 00	109 641	40 00	85 396	70 00	38 188
11 00	109 289	41 00	84 137	71 00	36 353
12 00	108 904	42 00	82 853	72 00	34 506
13 00	108 486	43 00	81 543	73 00	32 648
14 00	108 036	44 00	80 208	74 00	30 781
15 00	107 553	45 00	78 849	75 00	28 903
16 00	107 036	46 00	77 466	76 00	27 017
17 00	106 487	47 00	76 058	77 00	25 123
18 00	105 906	48 00	74 628	78 00	23 220
19 00	105 294	49 00	73 174	79 00	21 311
20 00	104 649	50 00	71 698	80 00	19 394
21 00	103 972	51 00	70 200	81 00	17 472
22 00	103 264	52 00	68 680	82 00	15 545
23 00	102 524	53 00	67 140	83 00	13 612
24 00	101 754	54 00	65 578	84 00	11 675
25 00	100 952	55 00	63 996	85 00	9 735
26 00	100 119	56 00	62 395	86 00	7 792
27 00	99 257	57 00	60 774	87 00	5 846
28 00	98 364	58 00	59 135	88 00	3 898
29 00	97 441	59 00	57 478	89 00	1 949
				90 00	0

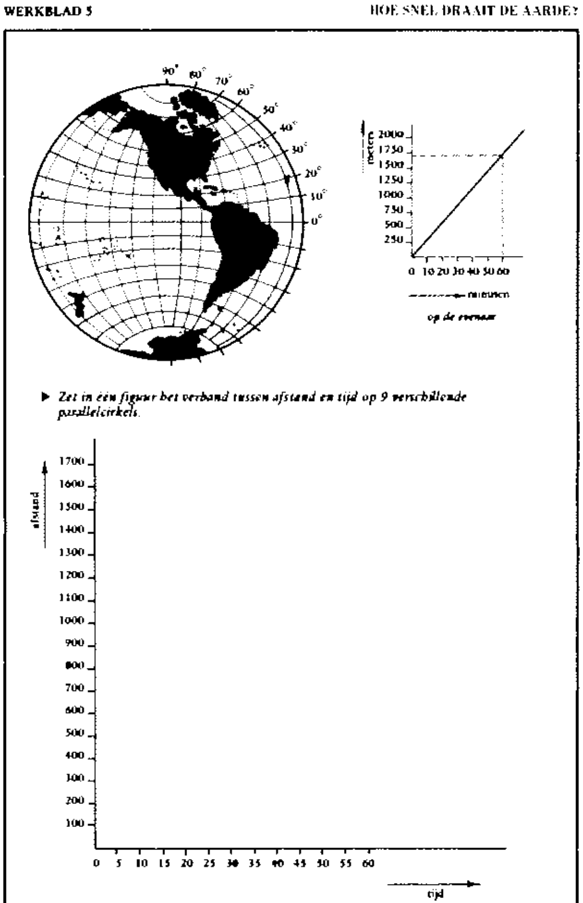
We beschikken over de gegevens van de tabel op *werkblad 4*. Daar moeten we eerst maar eens met elkaar naar gaan kijken. We dienen ons hierbij wel te realiseren dat achter de gegevens in deze tabel een belangrijke moeilijkheid voor de kinderen schuil gaat, en wel: de 'dubbele' toepassing van het hoekbegrip op de globe.
We nemen de globe erbij.

Een voorbeeld



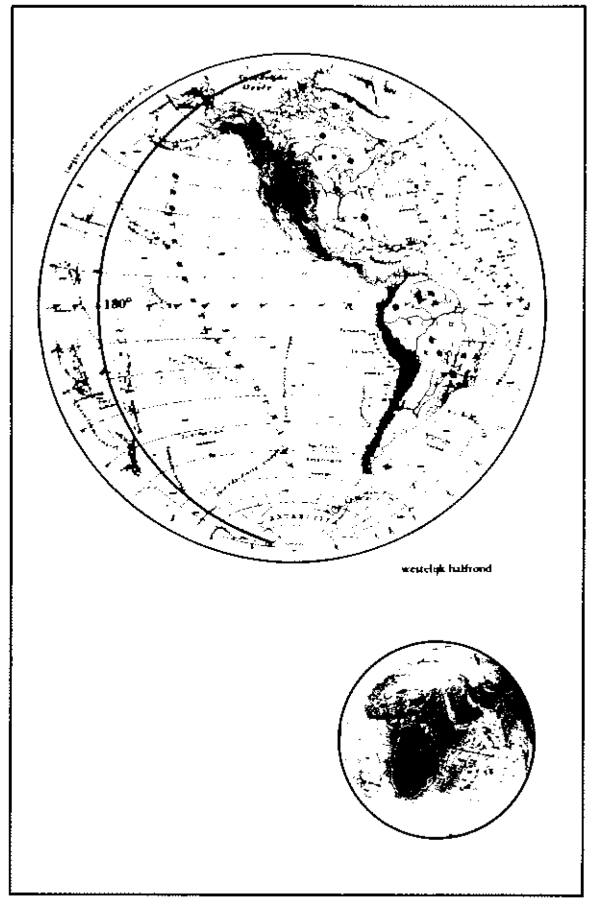
De linker kolom in de tabel geeft de geografische breedte. We nemen nu 20° NB. Wat betekent dit? (Langs een meridiaan zover omhoog gaan, dat de hoek bij M 20° is.)
Daarna geven we de lengte van 1° op de betrokken breedtecirkel in meters weer (tweede kolom o.a.). Dit betekent: de lengte van een cirkelboog(je) op 20° NB, waarbij de middelpuntshoek (bij M_1!) 1° is.
Zijn we eenmaal zover dat de kinderen duidelijk is wat er allemaal achter de gegeven informatie schuil gaat, dan kijken we eerst eens naar *werkblad 5*.

WERKBLAD 5 HOE SNEL DRAAIT DE AARDE?



Klopt die eerste afstand-tijdgrafiek op werkblad 5 wel? Hoe zie je dat? (De afstand is uitgedrukt in meters; dit moet km zijn.)

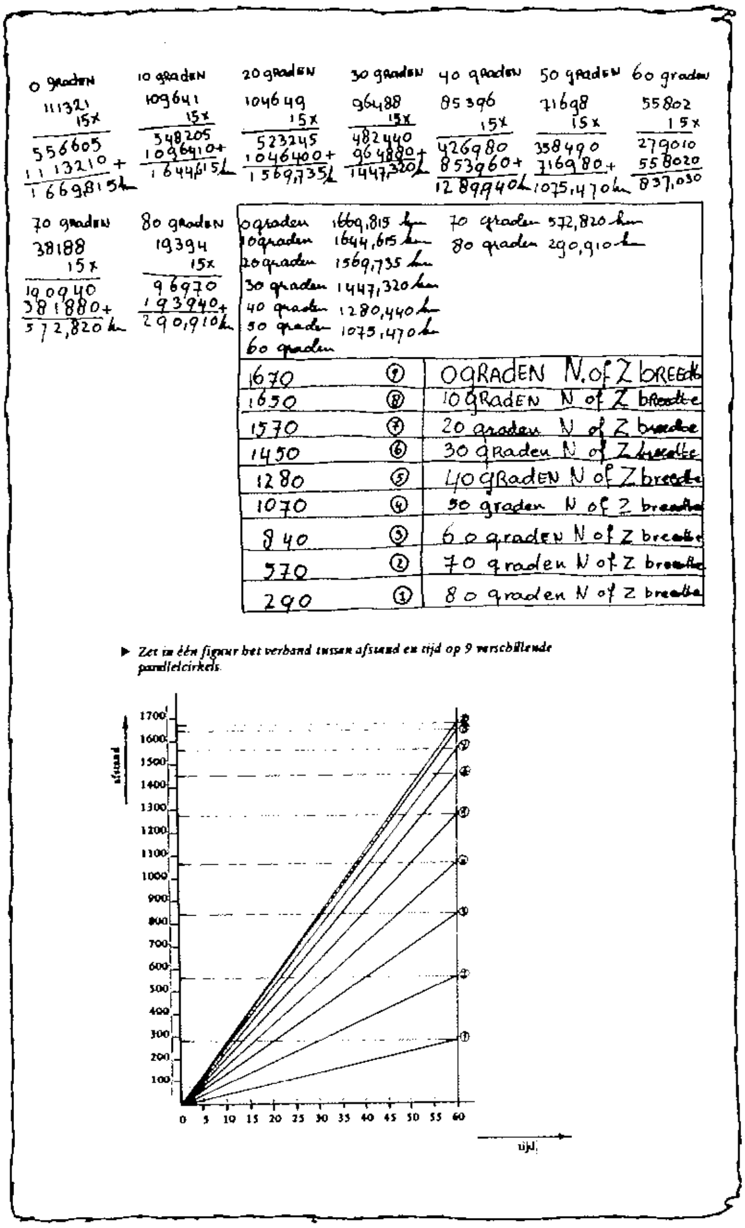
WERKBLAD 6 HOE SNEL DRAAIT DE AARDE?



Dan gaan we (eventueel) taken verdelen. De snelheden van de punten op *werkblad 6* moeten uitgerekend worden om ze daarna op werkblad 5 in grafiek te kunnen brengen.
Eventueel kan ook een grote (klassikale) grafiek gemaakt worden.
Dan zie je het: de hellingshoek van de grafiek is een aanwijzing voor de snelheid.

Om een indikatie te geven voor de inhoud van de geschetste aktiviteiten, nemen we een voorbeeld van leerlingenwerk op:

- Let vooral ook op het toegepast rekenen met kommagetallen in verband met het metriek stelsel.
- Het 'precies willen weten' motiveerde de kinderen op de ontwerpschool heel sterk om bij het rekenen minutieus te werk te gaan.
- We verbinden een konklusie aan de grafiek: hoe groter de afstand van een breedtecirkel tot de evenaar, des te kleiner de lengte (van die breedtecirkel) en hoe lager de snelheid.
- Waarom zou men van die verschillende snelheden niets merken? Draait de lucht ook mee? Hoe komt dat toch?



0 graden 111321 × 15 = 556605 + 1113210 = 1669,815 km
10 graden 109641 × 15 = 548205 + 1096410 = 1644,615 km
20 graden 104649 × 15 = 523245 + 1046400 = 1569,735 km
30 graden 96488 × 15 = 482440 + 964880 = 1447,320 km
40 graden 85396 × 15 = 426980 + 853960 = 1289,940 km
50 graden 71698 × 15 = 358490 + 716980 = 1075,470 km
60 graden 55802 × 15 = 279010 + 558020 = 837,030
70 graden 38188 × 15 = 190940 + 381880 = 572,820 km
80 graden 19394 × 15 = 96970 + 193940 = 290,910 km

0 graden 1669,815 km
10 graden 1644,615 km
20 graden 1569,735 km
30 graden 1447,320 km
40 graden 1280,440 km
50 graden 1075,470 km
60 graden
70 graden 572,820 km
80 graden 290,910 km

1670	9	0 GRADEN N. of Z breedte
1650	8	10 GRADEN N of Z breedte
1570	7	20 graden N of Z breedte
1450	6	30 graden N of Z breedte
1280	5	40 GRADEN N of Z breedte
1070	4	50 graden N of Z breedte
840	3	60 graden N of Z breedte
570	2	70 graden N of Z breedte
290	1	80 graden N of Z breedte

▸ *Zet in één figuur het verband tussen afstand en tijd op 9 verschillende parallelcirkels.*

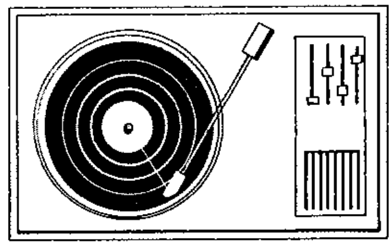
Naast laatstgenoemde suggestie kunnen we ook stellen: een jongen wil een reis maken; hij springt steeds zo *lang mogelijk omhoog;* de aarde *draait onder hem door;* hij komt steeds iets verder neer en kan zo de aarde rondreizen.

Wat vinden jullie hiervan? Waarom kan 't wel/niet? (Denk ook aan mensen die uit de trein springen voordat deze stilstaat; wat gebeurt er?)

Hier geldt de wet (het principe) van de traagheid. Ten gevolge van de aantrekkingskracht van de aarde neemt het lichaam de beweging (te vergelijken met 'de energie') van de aarde over.

Eventueel kan nog van de volgende voorbeelden (van snelheidsverschillen) gebruik gemaakt worden:

– Bij een draaiende grammofoonplaat geldt dat elk punt in dezelfde tijd rondgaat, maar naarmate een punt dichterbij de rand zit, wordt de afgelegde afstand in die tijd (en dus de snelheid) groter.



– Als een lange 'sliert' kinderen op het plein gaat ronddraaien, kan de buitenste (als de rij maar lang genoeg is) het nauwelijks (of helemaal niet) 'bijbenen'. Degene die in het midden van de beschreven cirkel staat, doet het 'op z'n sloffen'.

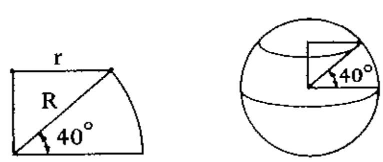
Beide voorbeelden werden door de kinderen van de ontwerpschool gegeven. Ze blijken het verschijnsel van die verschillende snelheden vanuit hun ervaringswereld dus duidelijk te kennen.

– Ook een aardig voorbeeld is de kermisattraktie, die men wel eens 'lachstudio' noemt. Midden in de piste is een grote, draaiende schijf. Mensen uit het publiek mogen proberen langer dan 5 minuten op de schijf te blijven zitten. Degene, die dicht bij het middelpunt kan komen, heeft de meeste kans. Dreigen er te veel mensen 5 minuten te halen, dan laat men de schijf vertragen en versnellen....

Meetkundig

Achteraf zouden we kunnen stellen: neem eens aan, dat we die tabel met gegevens niet hadden, zouden we dan toch die grafiek kunnen maken?

We bekijken de volgende tekening eens.



We weten: in deze tekening is $R = 4{,}2$ cm (en de evenaar is in werkelijkheid 40.000 km) en $r = 3{,}6$ cm, dus de lengte van de parallelcirkel op 40° NB is:

$$\frac{r}{R} \times 40.000 \text{ km.}$$

Nu nog delen door 24 en we weten de snelheid in km/uur op 40° NB.

We kunnen hierbij het onderzoek naar het verband tussen straal en omtrek van een cirkel in herinnering brengen en hiervan gebruik maken bij het opbouwen van bovenstaande oplossing.[1])

Eventueel kan een generalisatie naar de 'formule' ($\frac{r}{R}$ x 40.000 : 24) worden aangemoedigd. De formule beschrijft deze rekenprosedure kort en krachtig. Je kunt er efficiënt mee werken. De algoritme (= rekenwijze) is ook gemakkelijk aan een komputer (of rekenmachine) op te dragen.

Terug naar de schaduwen

We herinneren even aan het vastleggen van de schaduwlengten van een stokje op verschillende tijdstippen van de dag.

We vonden: *de kortste schaduw* was in arnhem om 12.31 uur. Als we verder weten dat de kortste schaduw in zeist om 12.34 uur was, kun je dan hieruit de snelheid van de aarde op onze breedte (52° NB) afleiden?

Ja! In 3 minuten circa 50 km, dus 1.000 km/uur, want 'kortste schaduw' betekent: zon in de hoogste stand; of: aarde in bepaalde positie ten opzichte van de zon.)

* * *

▶ **SLOT**

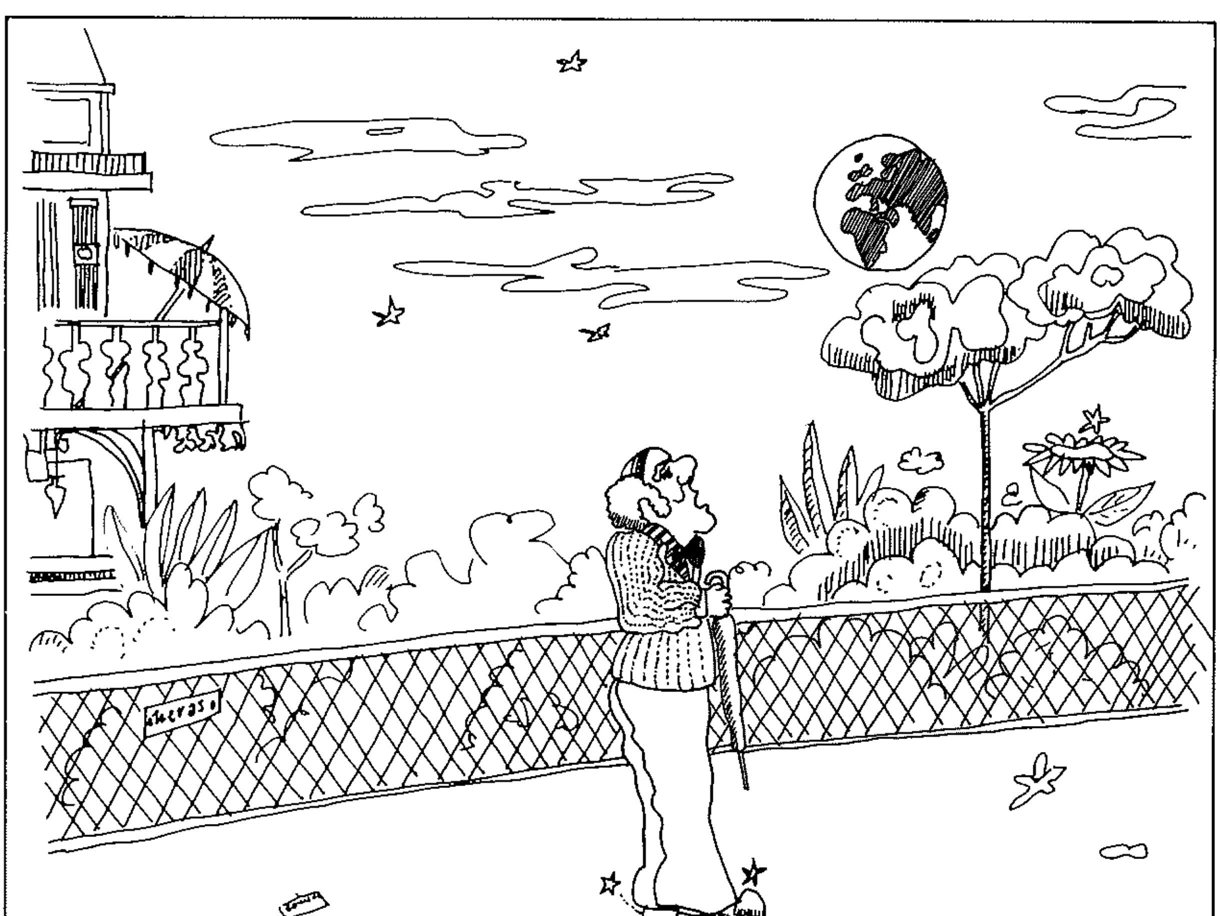
Zoals gezegd: met deze bijdrage sluiten we de rapportage over het projekt *'afstand, tijd en snelheid op onze aarde'* af.

Volledigheidshalve vermelden we nog enkele onderwerpen, die in dit artikel niet aan de orde zijn gesteld, maar in het projekt zelf wèl aan bod gekomen zijn:

- verder nadenken over 'daglicht en nachtelijk duister';
- plaatselijke tijd en de paradoks van de internationale datumgrens;
- de draaiende aarde om de zon; we verlaten het geocentrische standpunt en redeneren vanuit het 'model', waarin de zon het middelpunt vormt:
  het 'hoe en waarom' van korte en lange dagen, zomer en winter, lente en herfst, kan nu ineens begrepen worden;
- problemen, die betrekking hebben op de draaiende aarde en de zon; bij de oplossing ervan spelen afstand-tijdgrafieken een centrale rol.

---

[1]) Zie: wiskobas-bulletin, jaargang 4 nr. 1 ('meetkundige verkenning van de bol').



5.6 doe-ideeën

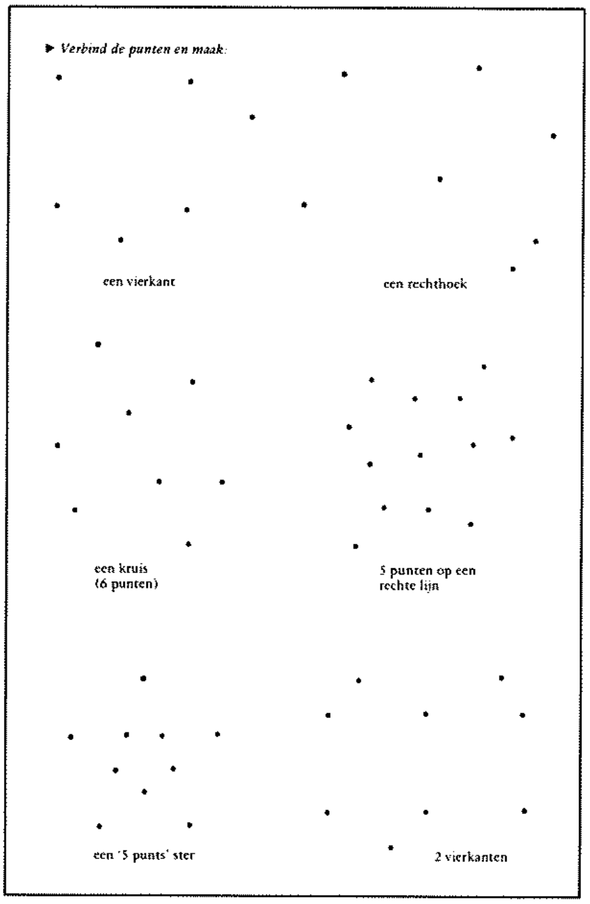
De 'meetkunde werkbladen'-reeks wordt voortgezet met de bladen M_7, M_8 en M_9.
Ditmaal zijn de ideeën weer ontleend aan The Arithmetic Teacher *(mei 1973).*
Zoals reeds eerder bij de bladen M_1, M_2 en M_3 is vermeld, hebben deze werkbladen een 'try-out' gehad op amerikaanse scholen.
De onderwijzerstekst 'doel' tot en met 'antwoorden' *is een vertaling van de amerikaanse tekst. Het daaropvolgende* 'kommentaar' *is door mij van achter het buro er bij geschreven.*
De doe-ideeën omvatten oefeningen in het 'zien' van bepaalde meetkundige vormen. De leerling wordt uitgedaagd om allerlei basisfiguren uit de meetkunde te herkennen door de aandacht uitsluitend te richten op de hoekpunten, die deze figuren vormen.
Omdat er spesifieke meetkundetermen gebruikt worden, is het nodig dat de kinderen deze eerst geleerd hebben.

Reakties gaarne aan het iowo (antwoordnummer 1566, utrecht)!

De werkbladen staan, op gebruiksgrootte en uitneembaar, afgedrukt in het **LOS BLOK (pag. 492).**

ED DE MOOR

▶ **DOE-IDEE M_7**



Onderwijzerstekst

Doel
Ervaring in het 'zien' van bekende meetkundige vormen.

Klas
1, 2, 3.

Aanwijzingen voor de onderwijzer
* Maak voor iedere leerling een kopie van het werkblad.
* Geef iedere leerling een tekendriehoek (of liniaal), maar eis niet dat hij hem gebruikt.
* Lees de geschreven instrukties nog eens duidelijk voor. Vergewis u ervan dat de leerlingen begrijpen, dat voor elke tekening slechts enkele punten gebruikt dienen te worden.

Toelichting
De *kern* van de aktiviteit is het zien van de meetkundige vormen, die niet geheel getekend zijn. Let goed op de prestaties van de leerlingen. Wees niet verbaasd als sommige 'zwakke' rekenaars in dit opzicht enig talent vertonen.

Antwoorden
Spreken voor zichzelf.

Kommentaar
Zoals reeds in de inleiding is opgemerkt is het

– wil men sukses hebben met de werkbladen – nodig, dat de kinderen de begrippen kennen. Op veel kleuterscholen hebben ze meestal al kennis gemaakt met *vierkanten* en *rechthoeken*.
Het is normaal dat kinderen van die leeftijd een vierkant niet als een bizondere rechthoek zien. Het is ook niet raadzaam hierop in te gaan.
Het technisch hanteren van een liniaal is een bijkomende aktiviteit. Gebruikt men een tekendriehoek, dan kan wellicht op het begrip *rechte hoek* ingegaan worden. Een liniaal met centimeterverdeling biedt weer mogelijkheden tot meetaktiviteiten.
Een probleem van geheel andere orde is het benoemen van de figuren door middel van letters of getallen. Een rechthoek bijvoorbeeld kun je via de hoekpunten of via de zijden benoemen. (fig. 1)

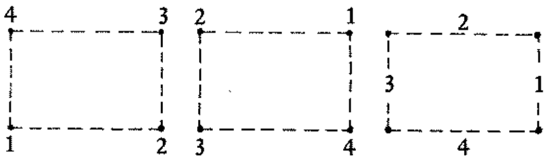


fig. 1

Wellicht kunnen de kinderen zelf tot dergelijke naamgevingen komen? We zouden dan kunnen kijken wat de verschillen en overeenkomsten in hun naamgevingen zijn. Denk eens aan de omloopszin! Of aan de volgorde van de cijfers!
Je zou bijvoorbeeld kunnen afspreken dat je een cijferrij in de gegeven volgorde moet aflopen. Dan is *de '5 punts' ster* (fig. 2) met de simbolisering 1-2-3-4-5-1 vastgelegd. Maar *het kruis* (fig. 3) zal dan moeilijkheden kunnen opleveren. Een mogelijkheid is: 1-2-3-5-3-4-3-6.

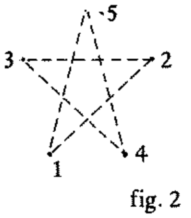


fig. 2

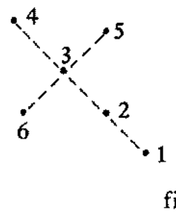
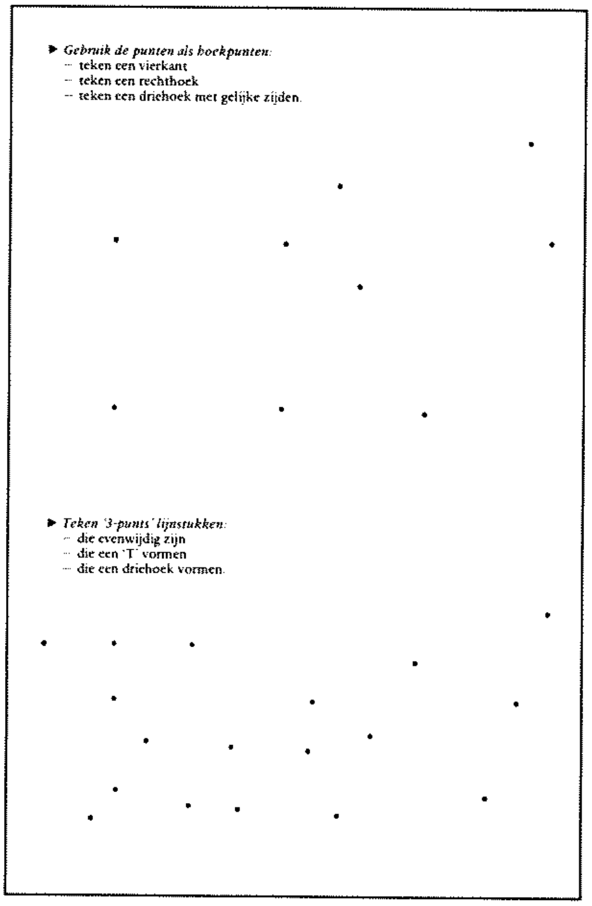


fig. 3

Hiermee zijn we dan in een ander deel der meetkunde, de topologie, beland. Een moeilijk en door ons weinig onderzocht gebied. Misschien dat de scheve stand van allerlei figuren op het papier al moeilijkheden genoeg oplevert.

* * *

▶ DOE-IDEE M_8



Onderwijzerstekst

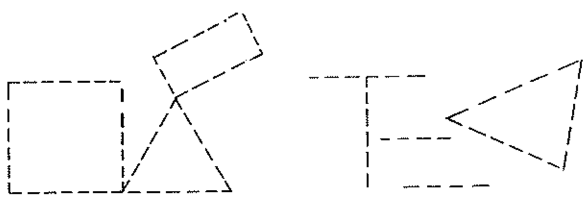
Doel
Ervaring in het 'zien' van bekende meetkundige vormen.

Klas
3, 4.

Aanwijzingen voor de onderwijzer
* Maak voor iedere leerling een kopie van het werkblad.
* Zorg dat elke leerling een tekendriehoek (of liniaal) heeft, maar eis niet dat hij hem gebruikt.
* Zorg er voor dat de leerlingen begrijpen wat een '3-punts' lijnstuk is: een lijnstuk, vastgelegd door zijn eindpunten en één er tussen (•——•————•).

Toelichting
Het 'zien' van een rechthoek of een driehoek, waarvan alleen de hoekpunten zijn gegeven, is een opgave die veel hogere eisen stelt dan louter een naam geven aan één of andere figuur. Ook hier zullen 'goede rekenaars' misschien overtroffen worden door leerlingen, die meer gevoel hebben voor meetkundige zaken.

Antwoorden

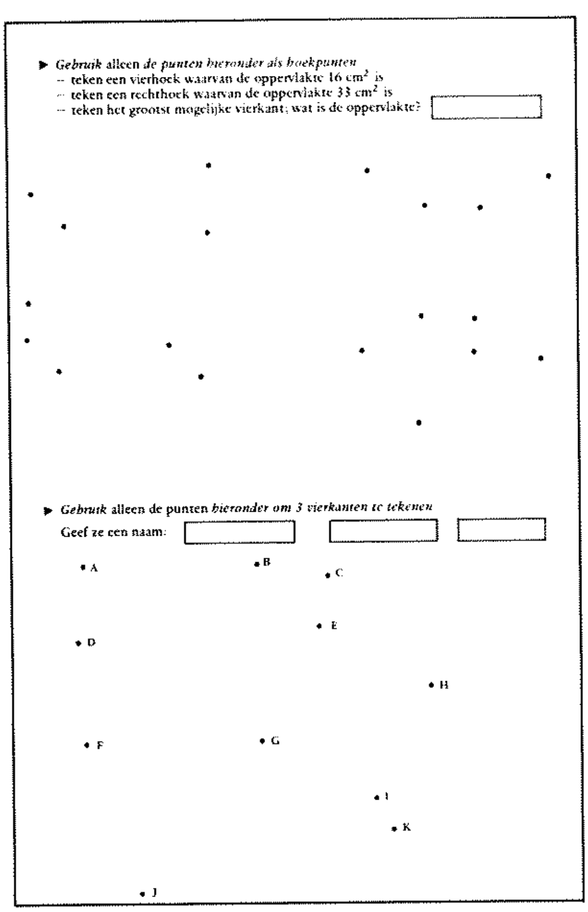


Kommentaar

Zie het kommentaar bij M_7. Het gebruik van een tekendriehoek zou in deze leeftijdsgroep misschien al aangeleerd kunnen worden. De aristo-geodriehoek is daarvoor een prachtig apparaat. Je kunt er heel goed loodrechte en evenwijdige lijnen mee tekenen. Er staat een centimeterverdeling en een gradenboog op. Waarschijnlijk is hoekmeting voor klas 4 nog te lastig, maar begrippen als evenwijdigheid en loodrechte stand zijn heel goed haalbaar. Het zou trouwens aanbeveling verdienen om meer aandacht te besteden aan het afbeelden van figuren, zowel vlakke als ruimtelijke. Maar daarover misschien nog eens een andere keer. Men kan dit soort werkbladen heel eenvoudig zelf ontwerpen. Misschien is het nog leuker om de kinderen er zelf eens één te laten ontwerpen.

* * *

▶ DOE-IDEE M_9



Onderwijzerstekst

Doel

Ervaring in het 'zien' van bepaalde meetkundige figuren.

Klas

5, 6.

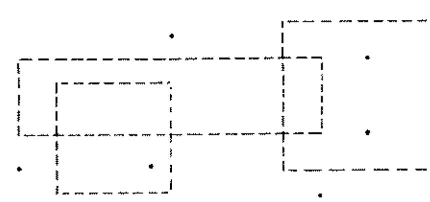
Aanwijzingen voor de onderwijzer

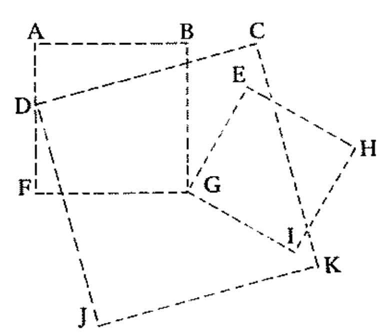
* Maak voor iedere leerling een kopie van het werkblad.
* Zorg er voor dat elke leerling een liniaal met centimeterverdeling (of een aristo-geodriehoek) heeft.
* Maak de leerlingen, als ze aan het werk zijn, er nog eens op attent dat alleen de gegeven punten als hoekpunten gebruikt mogen worden en dat *niet alle* punten gebruikt hoeven te worden.

Toelichting

Omdat het hier *niet* gaat om het *aanbrengen* van begrippen als oppervlakte en omtrek, geve men dit werkblad alleen als deze begrippen enigermate gevuld zijn.

Antwoorden





ABGF
DCKJ
GEHI

Kommentaar

Zie de kommentaren bij M_7 **en** M_8.

Als uitbreiding zou men oppervlakte en omtrek kunnen laten vergelijken.

Welke omtrek heeft het vierkant met oppervlakte 16 cm^2?

Kun je met dit stuk 'draad' (16 cm) nog andere rechthoeken maken? Kies voor het gemak gehele getallen voor de zijden en laat steeds de bijbehorende oppervlakte uitrekenen. Roosterpapier lijkt hierbij een geschikt hulpmiddel. De mogelijkheden zijn: 1 bij 7; 2 bij 6; 3 bij 5; 4 bij 4.

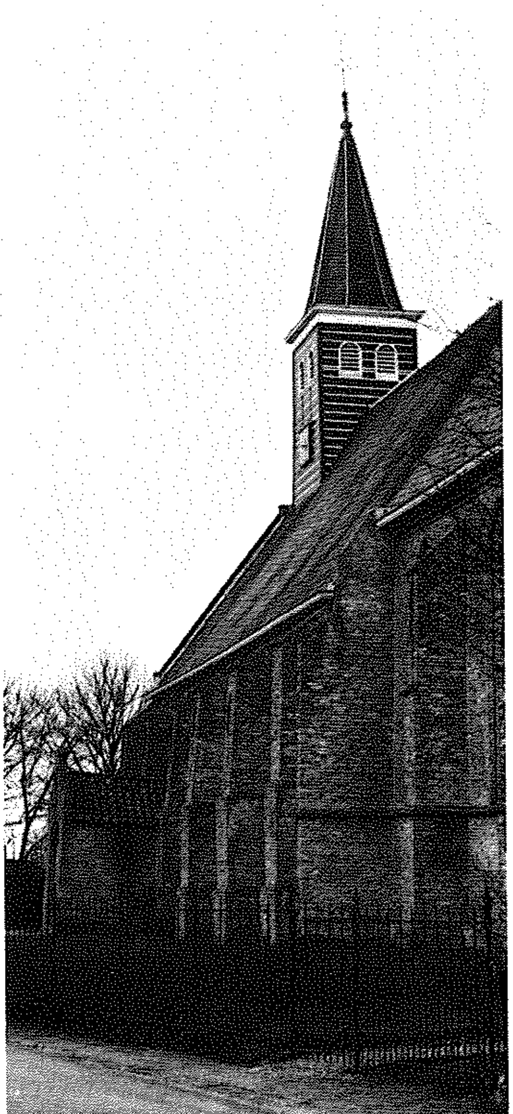
Een eventuele uitbreiding naar breuken is eveneens mogelijk. In klas 6 is het herkennen van een vierkant als een bizondere rechthoek wellicht haalbaar.

respons blok

INHOUD

MEDEWERKERS AAN DIT BLOK:
Onderwijsgevenden in niedorp, Zr. Th.J. Blijlevens, Hans ter Heege, Wim Sweers, Gerrit Tijink, Willem Uittenbogaard, Ineke Meijer, Rob de Jong.

5.1 inleiding



Al verschillende keren was de redaktie verteld dat 't de moeite waard zou zijn eens in de gemeente *niedorp* (noordholland) te gaan kijken. Er zou daar iets bizonders aan de hand zijn. In januari zijn Hans ter Heege en Rob de Jong er heengereisd. Ze hebben er rondgekeken en met diverse mensen gepraat. Dit resulteerde in een – naar het oordeel van de redaktie: belangwekkende – serie artikelen (5.2 tot en met 5.6).

Een korte schets van de wiskobas-situatie in niedorp eindigt met de woorden: 'zonder duurdoenerij wordt er gewoon en pretentieloos gewerkt, maar wel keihard' (**5.2**).

De auteurs belichten die situatie vanuit verschillende gezichtspunten, door achtereenvolgens aan het woord te laten:
– een docent wiskunde en didaktiek aan een pedagogische akademie (**5.3**),
– leerkrachten van kleuter- en basisscholen (**5.3**),
– een schoolleider (**5.4**),
– een onderwijswethouder (**5.6**).
Tevens wordt een overzicht gegeven van de 'dinsdagmiddagaktiviteiten' in niedorp (**5.3**), terwijl in **5.4** enkele impressies genoteerd zijn van de wijze waarop deze aktiviteiten doorwerken in de praktijk van alle dag. In **5.5** treft u een voorbeeld aan van konkreet, in niedorp ontwikkeld, materiaal.

De redaktie stelt uw reakties op dit niedorpse model (heroriëntering en begeleiding gekoppeld; alle kleuter- en basisscholen doen *en bloc* mee, en wel op de dinsdagmiddag; alle basisscholen werken met dezelfde metode) bizonder op prijs.

* * *

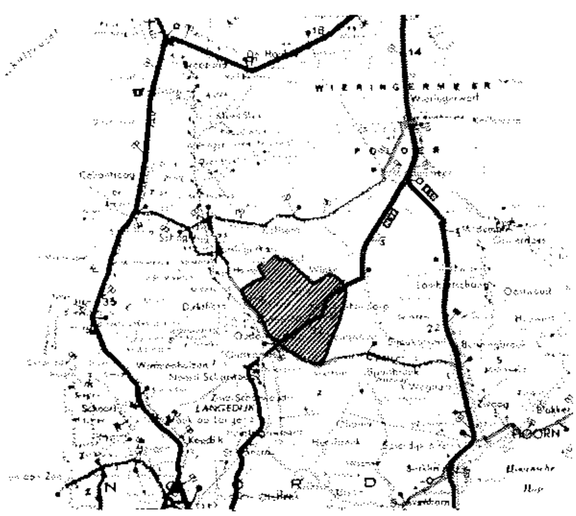
In het vast blok van dit nummer presenteert Wim Sweers het wiskundeonderwijs-pakket 'Hé, jij daar!' (pag. 381)
Gerrit Tyink van de technische school in nijverdal beschrijft wat men met dit aangevertje op zijn school heeft gedaan en hoe het aangepast is aan de mogelijkheden van brugklasleerlingen in het lager beroepsonderwijs (**5.7**).
Er zijn, dunkt ons, nog andere uitwerkingen mogelijk.
Wie klimt er in?

5.2 met poen, air en wiskobas

Van de provinciale weg van alkmaar naar de afsluitdijk kun je bij verlaat, ca 7 km ten noorden van beerhugowaard, plotseling rechtsaf slaan en via oude niedorp naar de andere kernen van de gemeente niedorp rijden. Je moet wel oppassen, want je bent de weinig opvallende afslag zo voorbij.
Er zullen wel belangrijker toegangswegen zijn, maar deze is, zo leerde de ervaring, wel een heel aardige. Je komt langs prachtige dorpen in een aantrekkelijk, gevarieerd landschap: kromme lijnen, oude bomen, overwiekende ganzen. Waar enkele dagen tevoren geen enkel argument in een diskussie over kleinschaligheid versus grootschaligheid veel overtuigingskracht had, weet je nu in ieder geval, heel direkt en emotioneel: small is beautiful.

'Oude niedorp en nieuwe niedorp zijn samen miljonair.
Oude niedorp de poen, nieuwe niedorp de air.'
(noordhollands rijmpje)

De *gemeente niedorp*, op 1 augustus 1970 ontstaan uit een samenvoeging van de dorpen oude niedorp (met 't veld en zijdewind), nieuwe niedorp en winkel (met lutjewinkel), telt momenteel ca 7250 inwoners. Land- en tuinbouw vormen de belangrijkste middelen van bestaan, er is enige agrarische industrie,



een drietal campings doet vermoeden dat er op het gebied van de rekreatie mogelijkheden zijn en verder is er een toenemend aantal pendelaars dat dagelijks naar ijmuiden (hoogovens) of amsterdam (havenbedrijven) reist.
De bewoners van de afzonderlijke dorpen worden, aldus een woordvoerder op het gemeentehuis, gekenmerkt door een groot saamhorigheidsgevoel ten opzichte van de eigen gemeenschap. Tussen de gemeenschappen onderling is sprake van een rustige, niet op de spits gedreven, rivaliteit.

Cijfers in een eind '73/begin '74 verschenen brochure[1]) geven een indruk van de omvang van het *onderwijs in niedorp:*

362 leerlingen en 12 leerkrachten op 5 kleuterscholen,
901 leerlingen en 33 leerkrachten op 6 basisscholen,
137 leerlingen en 8 leerkrachten op 1 mavoschool,
160 leerlingen en 18 leerkrachten op 1 lhno/lavoschool.

De cijfers vertellen echter niets van de voor nederland (voor zover ons bekend) uitzonderlijke onderwijssituatie aldaar. Een situatie die voor de redaktie aanleiding is om eens met enkele niedorpers te gaan praten en ook op andere wijze te onderzoeken wat er precies aan de hand is.

Wat is er zo uitzonderlijk in niedorp?
Dinsdagsmiddags, om de veertien dagen, zijn de leerkrachten van alle kleuterscholen en basisscholen in het gebouw van de o.l.s. te nieuwe niedorp bijeen. Terwijl ze van 1.15 tot 3.15 met elkaar aan het 'wiskobassen' zijn, genieten hun leerlingen van een ekstra vrije middag. De maatregel waarmee het aantal verplichte schooluren teruggebracht werd van 1040 naar 1000, gaf ruimte voor deze dinsdagmiddagaktiviteiten. Maak u dus niet bezorgd, de kinderen komen heus wel aan hun trekken.
Tijdens deze bijeenkomsten wordt het belangrijkste deel van de beschikbare tijd in afzonderlijke groepen gewerkt:
– kleuterschool en onderbouw basisschool
– middenbouw basisschool
– bovenbouw basisschool.

't Is nu (1974/1975) *het derde wiskobasjaar in niedorp.*
Nadat Willem Uittenbogaard (wiskundige) en Ed Elve (pedagoog) – beiden verbonden aan de rijkspedagogische akademie te alkmaar – gedurende twee jaar de bekende heroriënteringskursus van 2 x (20 x 2) uur in niedorp hadden verzorgd, kwam bij de kursisten de wens op om een vervolg te hebben: een of andere vorm van begeleiding. Onder bepaalde voorwaarden (onder andere: alle scholen doen en bloc mee) bleek Willem Uittenbogaard bereid om een stuk van z'n vrije tijd beschikbaar te stellen. Aldus kon er een natuurlijke voortgang ontstaan: van heroriëntering naar begeleiding.
Veelal is de situatie in nederland anders: docenten aan een pedagogische akademie geven een kursus (en kunnen zich vaak niet bemoeien met wat er op volgt) en een medewerker van een adviesdienst (die vaak niet in de gelegenheid is om zelf aan de kursus deel te nemen) verzorgt de begeleiding.
In niedorp is echter geen dienst en moet de kursusdocent zelf de begeleiding doen.
Is dat nu spijtig, betekent het een verarming, verdient het navolging? Graag horen we reakties!
Alle basisscholen in niedorp zijn anders: tweemansscholen, tienmansscholen, geliberaliseerd-klassikale sistemen naast ver doorgevoerde gedifferentieerde werkwijzen, openbare scholen, katholieke scholen.
Toch wilden deze basisscholen met elkaar iets van de grond krijgen op het gebied van het reken/wiskundeonderwijs. De leerkrachten stelden: willen we optimaal profiteren van de wiskobas-heroriëntering, willen we onze ervaringen aan elkaar kunnen doorgeven, dan dienen we allemaal eenzelfde metode te hebben. Met medewerking van alle instanties lukte dit.
Er is in niedorp iets bizonders aan de hand. Uitzonderlijk is, dat het om een puur lokaal initiatief gaat, zonder hulp van een schoolbegeleidingsdienst, zonder fraai kursusnetwerk van een akademie.
Zonder duurdoenerij wordt er gewoon pretentieloos gewerkt, maar wel keihard. In een viertal artikelen willen we verslag doen van deze *'akties aan de basis'.*

[1]) Samenwerkende scholen in de gemeente niedorp.

5.3 zo maar een dins-dagmiddag

Op 'zo maar' een dinsdagmiddag eind januari wonen we een bijeenkomst bij in de openbare basisschool te nieuwe niedorp.
Alvorens een overzicht te geven van de aktiviteiten die gedurende deze middag door de deelnemers ontwikkeld worden, laten we eerst Willem Uittenbogaard aan het woord.

▶ **GESPREK VOORAF**
Willem Uittenbogaard, docent wis- en natuurkunde aan de rijkspedagogische akademie te alkmaar, gaf de wiskobaskursus in niedorp en beschouwt zichzelf nu, in dit derde wiskobasjaar, als 'pa-man die in de rol van onbezoldigd gemeenteambtenaar wat aan onderwijsbegeleiding probeert te doen'.
Volgens de niedorpse onderwijsgemeenschap is hij de 'motor van het wiskobasvehikel in de gemeente'. Zelf zal hij dit ontkennen.

Hoe is het hier allemaal gestart?
Aan het eind van de kursus, dus voorjaar 1974, zijn er allemaal gesprekken met de scholen gevoerd. Hoe gaan we die heroriënteringskursus voortzetten? Steeds is toen gevraagd: wat willen júllie eigenlijk? Je staat er alleen voor, dus kun je moeilijk al je eigen ideeën naar voren brengen.
't Gaat om de ideeën van de mensen hier.
Nadat ze hun opvattingen hadden geventileerd, was 't toch wel een beetje een idee van mij om die dingen die we op de heroriënteringskursus hadden gedaan in te gaan passen in het bestaande rekenen.
Eén van hun bezwaren was toen: ja, dat kun je wel willen, maar we gebruiken allemaal een verschillende metode, 't lijkt ons zeer wenselijk om op hetzelfde spoor te gaan zitten.
Zelf zag ik dat niet als onmiddellijke noodzaak, maar ik kon me best voorstellen dat ze dat graag wilden.
Vóór de zomervakantie zijn we daar al een paar

middagen met elkaar over aan 't praten geweest. Na overleg met de inspektie hebben we toen 'operatoir rekenen' gekozen. Je kunt natuurlijk vragen 'waarom operatoir rekenen?' Het is een metode die vrij goed de rode draad aangeeft, waar een beetje in te schuiven valt, waar je aan kunt sleutelen, 'n beetje een minimale metode die op zich niet genoeg is. De bijeenkomsten hier gebruiken we om na te gaan welke dingen er bij moeten.

. . . .

In principe worden de '40 vrije uren' hieraan besteed. De schoolraad, samengesteld uit ouders en onderwijsgevenden, zei: die 40 uur is geen vorm van vakantie, maar moet gebruikt worden voor bijscholing.

. . . .

In 't verleden is ook overwogen om mee te gaan doen met een schooladviesdienst in den helder, maar ze hadden het gevoel dat ze daar minder aan zouden hebben dan aan de opzet zoals die er nu is.

. . . .

Natuurlijk hadden we een gunstige startpositie: alle scholen doen mee, allemaal dezelfde metode. Wel moet opgemerkt worden dat ik zelf mee heb moeten helpen om dit initiatief te doen ontwaken. Het is een lokaal initiatief, dat wel, maar ze staan bij de gemeente natuurlijk niet te dringen om begeleiding van willem uittenbogaard te krijgen. Je moet zelf de vraag mee helpen opwerpen.

. . . .

We zijn begonnen met kleuter- en basisscholen. En wat ben ik voor iemand? Een pa-man, die enkele jaren heroriënteringskursussen heeft gegeven. Toch verwachten ze van mij allerlei antwoorden, bijvoorbeeld over de integratie kleuter- en basisonderwijs.
Het is zeker de bedoeling dat de mensen van die scholen gaan samenwerken, maar als je niet oppast tendeert 't al heel gauw naar het 'vertalen' van eersteklas-pakketjes voor de kleuters. De kleuterjufs zijn entoesiast en zeggen: oh, dat doen we wel even! Vooral in het begin treed ik waarschuwend op: als ze zo'n twee maanden aan het werk zijn, dan wordt het vertalen van de basisschoolpakketjes steeds moeilijker. Aan de andere kant voelen de kleuterjufs zich ook wel wat genept. Zij vinden, dat wat zij in twee jaar hebben opgebouwd met de kleuters, niet tot z'n recht komt in de eerste klas.

. . . .

Iedereen denkt anders over de integratie, ook binnen de kring van de kleuterjufs. Ik krijg het gevoel dat die kleuterjufs veel verder zijn, bijvoorbeeld in het organiseren van leersituaties. De jufs van de eerste klas willen eigenlijk alleen maar een goede voorbereiding op de basisschool: alle kinderen op 't zelfde nivo en 't voorbereidend rekenen moet er geheid inzitten.
Een keer heb ik de schoolhoofden bij die groep kleuterschool en onderbouw gehaald. Niet dat ik denk dat ze er zoveel meer kijk op hebben, maar dat zijn toch de mensen die een kleuterschool aan hun eigen school laten vastbouwen, die in een gemeente steeds maar zeggen dat er geïntegreerd moet worden. Daar is wel wat uitgekomen.

. . . .

M'n eigen ideeën zijn natuurlijk weinig geschoold: wat weet ik uiteindelijk van integratie?
Ik heb 't gevoel dat de werkwijze van de kleuterschool langer voortgezet moet worden in de basisschool en dat er misschien een begin gemaakt moet worden met de werkwijze van de eerste klas in de kleuterschool.
De kleuterjufs zijn daar erg tegen. Zij zeggen: jullie allemaal met dat programma, 's morgens rekenen en taal, 's middags de kreatieve vakken. Kleuterjufs hebben nog nooit een klassikale kleiles gegeven. Ze vinden dat waanzinnig. Kinderen die willen kleien, die gáán kleien. De juf van de eerste klas geeft wèl kleiles. Dat is 't punt.
Kijk, de kleuterjufs zijn er niet tegen dat de kleuters iets leren. Ze doen dat zelfs verdraaid handig. En de jufs van de basisschool hebben die handigheid niet. De basisschooljufs hebben altijd praktische bezwaren, terwijl de kleuterjufs de dingen organisatorisch heel slim oplossen, met zeker niet minder leerlingen.

Hoe kontinu moet deze vorm van begeleiding zijn?
Voor mezelf heb ik besloten dat ik het op deze wijze één jaar zal doen. Ik denk ook niet dat er belangstelling zal zijn voor nog een jaar. Per slot zijn ze nu drie jaar met rekenen bezig. De heroriëntering en dit derde jaar hebben ze en bloc gedaan. Ze hebben indertijd de beslissing genomen: allemaal of niemand.
Dit jaar is de verslaggeving erg belangrijk. De volgende jaren kunnen ze dan terugkijken op hoe ze het gedaan hebben. 't Mag niet eenmalig zijn.

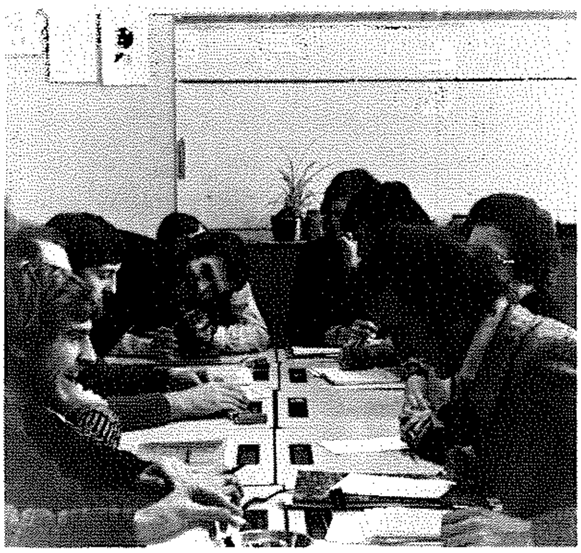
Hoe verloopt nu zo'n middag? Wat doe je precies?
Je bent een schaap met vijf poten. De ene keer moet je een diskussie leiden tussen kleuterjufs en basisschooljufs, de andere keer zwengel je wat aan, introduseer je een nieuw pakket. Soms heb je daar geen tijd voor, want er zijn

drie groepen waartussen je heen en weer holt. 't Gebeurt daardoor ook wel dat een groep verzandt. Vaak kom ik aanrijden en dan vraagt elke groep: willem, kom je eerst bij ons? Dat kan niet, dus moet je snel iets geven. Het kan zijn dat je een pakket uitdeelt of dat je een goed instapprobleem presenteert en dan met zo'n groepje probeert een stuk onderwijs te maken. Dat kost natuurlijk tijd. Je bent daar zo een hele middag mee bezig.
Soms vragen ze of ik in de klas wil komen kijken. Meestal heb ik daar geen tijd voor. Als je dat zou willen doen, dan zou je per twee maanden één week vrij moeten hebben.

* * *

▶ **DINSDAGMIDDAG, 13.15-15.15**

De drie groepen (onderbouw en kleuterschool, middenbouw, bovenbouw) zitten in verschillende lokalen aan een grote verscheidenheid van onderwerpen te werken. De werkwijzen van de groepen lopen nogal uiteen. In iedere groep, en dat is opvallend, heerst een ontspannen en geïnteresseerde sfeer; ieder durft zijn of haar ideetjes — hoe pril en nog weinig doordacht ook — openbaar te maken, niemand is bang om zich kwetsbaar op te stellen, vrijwel nergens ambities om de super-intelligente onderwijskunstenaar uit te hangen. Per groep is een rapporteur aangesteld, die verslag maakt en dit bij een volgende zitting uitdeelt.
Willem Uittenbogaard had beloofd om deze middag bij de groep 'middenbouw' te gaan zitten. Dit betekent overigens niet dat de andere groepen hem daar rustig aan 't werk laten. Herhaaldelijk wordt hij weggeroepen.
Een kort, en dus onvolledig, *overzicht* geeft wellicht een indruk van de aktiviteiten die in de groepen plaatsvinden. Op een andere dinsdagmiddag is 't beeld ongetwijfeld totaal anders.



* *Kleuterschool en onderbouw*
- Uitwisselen van ervaringen aan de hand van konkrete werkjes die ieder had meegenomen.
- Gesprek over: hoe los je 't organisatorisch zo op, dat de verschillende groepen leerlingen, die aan verschillende opdrachten werken, niet te lang moeten wachten op hulp en nieuwe impulsen van de leerkracht?
- Het organisatieplan nivolezen van één der scholen wordt geanaliseerd. Is zoiets ook realiseerbaar voor wiskobas? Welke ekstra problemen ontstaan dan?
- Groepjes kleuters gaan zo nu en dan enkele middagen naar de eerste klas van de basisschool. Hoe kunnen we 't werk van kleuter- en basisschool zo op elkaar afstemmen, dat de kleuters zoveel mogelijk aan deze middagen hebben?

* *Middenbouw*
- Uitwisselen van ervaringen met 'vermenigvuldigen'. Inventarisatie van de problemen bij het cijferend vermenigvuldigen van getallen bestaande uit twee of meer cijfers.
- Een door één der deelnemers gevonden oplossing voor het 'nul opschrijven' wordt besproken.
- Presentatie van een gedeelte van het wiskobas-algoritmeprogramma. Bespreking van de 'progressieve schematisering'.

* *Bovenbouw*
- Ervaringen met 'afstand-tijdgrafieken'. Welke moeilijkheden zijn te verwachten? Hoe zijn deze op te vangen? Hoe kan differentiatie worden ingebouwd?
- Beoordeling van een leermiddel (het ALGOR-matje). Heeft 't iets te maken met algoritmisch denken of is het zo maar een aardig spelletje? De naam suggereert dat er een heleboel achter zit, kunnen we

dat er met elkaar uithalen? Kunnen we zelf niet iets ontwikkelen dat minstens zo goed is?
– Vrijdagmiddagtips voor variaties bij het oefenen van vermenigvuldigen. Een deelnemer vertelt hoe hij zijn leerlingen op het spoor zet van bepaalde door de romeinen en egyptenaren gebruikte algoritmen.

* * *

▶ **GESPREK ACHTERAF**

Na afloop praten we nog wat na.
Temidden van de vele onderwerpen die aangesneden worden, zijn er twee die de onderwijsgevenden in niedorp intensief bezighouden, en wel:
– de relatie tussen kleuter- en basisonderwijs
– vragen omtrent de 'inpassing' van wiskobas.
Van het eerste punt nemen we enkele (losse) uitspraken op en van het tweede punt een gespreksfragment.

* *Integratie van kleuteronderwijs en basisonderwijs*
'Ik vind wel dat kleuterschool en basisschool sterk verschillen in de manier van lesgeven en optreden. Op de basisschool is 't minder speels. De jufs van de eerste klas zeggen: we hebben een overladen programma, we moeten keihard werken.'

. . . .

'We hebben 't er natuurlijk wel eens over of het niet mogelijk is de programma's aan te passen. Als je van de eersteklas leerstof zou kunnen zeggen: je hoeft niet persé daar en daar uit te komen, dan was je al ver. Misschien zouden ze op de kleuterscholen ook meer moeten aanbieden om zo in de eerste klas ruimte te krijgen. De kleuterjufs zijn daar niet voor. Zij vinden dat er andere mogelijkheden zijn dan de leerstof uit de eerste klas te verplaatsen naar de kleuterschool.'

. . . .

'Je zou toe moeten naar een school zonder zittenblijvers. Het is niet een probleem van alleen de kleuterschool en de eerste klas, maar van de héle school. In de eerste klas beginnen met nivogroepen en dit door de hele school laten doorlopen.'

. . . .

'Eigenlijk moet je die nivogroepen al in de kleuterschool vormen.'

* *Gespreksfragment 'inpassing' wiskobas*
'Zo'n eerste kursusjaar heeft het effekt gehad dat we gewoon wat ruimer zijn gaan denken binnen de basisschool. We hebben een heel ander idee, een heel andere denktrant over leerstof gekregen.
Nu, in 't derde jaar, zijn we in een toestand, dat we veel meer ingaan op vragen als: hoe gaat 't nou konkreet? Hoe doen we 't precies?
We durven nu een hoop te laten vallen. Welke stof stoppen we erin? We zijn meer gericht geraakt op de didaktiek.'

'Het eerste jaar durfde ik ook niks uit m'n metode weg te laten. Ik deed wel iets aan wiskobas, maar 'er naast' en niet 'in plaats van'. Nu laat ik dingen uit de metode weg, omdat ik weet dat ik ze beter met de autobussen kan aanleren.'

'Ik vind dat 't allemaal een vastere vorm binnen het onderwijs moet hebben. Het is nu nog te wisselvallig: hier eens wat, daar eens wat. Het moet een jaarlijks terugkerende aktiviteit zijn, die je volkomen in je totale programma inpast. We zullen daar wel naar toe groeien.'

''t Schrappen is moeilijker dan het invoegen. Je schrapt wel, maar niet essentieel. Waar ik een paar jaar geleden voor een bepaald iets 50 taken liet maken, laat ik er nu 25 maken. In de vrijgekomen tijd doe ik wiskobas. Ècht schrappen is er niet bij.'

'De wiskobasjaren leveren voor mij iets op voor 't rekenen, maar ook voor andere gebieden. Het heeft te maken met je hele onderwijs. Ga je hierna natuurkunde of biologie doen, dan kun je al een heleboel winst meenemen.'

'Tot dusver is er nog een grote vrijblijvendheid in 't geheel. En dat irriteert ons natuurlijk. Vooral als je merkt dat bepaalde deelnemers te weinig doen.
Ik denk dat we afspraken zullen moeten maken, met de hele groep. Als een school nu met een goed voorstel komt, bijvoorbeeld voor de witkarren, waarom kunnen we dan niet afspreken dat de andere scholen het overnemen?'

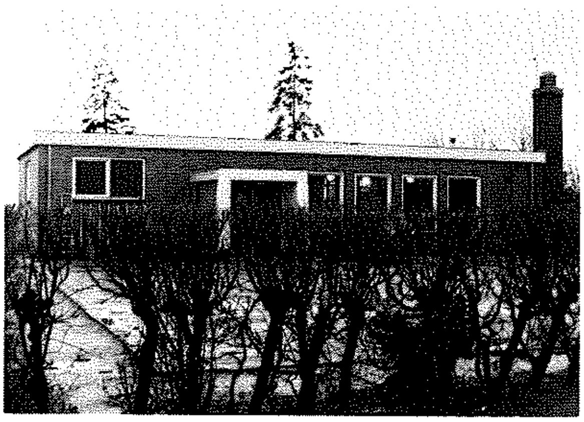
'We zetten de ervaringen toch op papier? Als we dat niet deden zou 't inderdaad kunnen verflauwen. Nu kan een school ook over twee jaar nog met die witkarren aan de gang. Dat hoeft toch niet allemaal tegelijk? 't Moet niet zo dwangmatig worden, dat de een voorschrijft wat de ander moet doen.'

'Over een jaar zullen we moeten afspreken: dit of dat van wiskobas stoppen we definitief in 'operatoir rekenen'. Het rendement van die 2 jaar willen we er hoe dan ook uit hebben.'

5.4 zo maar twee scholen

Omdat we benieuwd zijn hoe de dinsdagmiddagaktiviteiten doorwerken in de onderwijspraktijk van alle dag, gaan we op twee scholen een kijkje nemen:
– de basisschool in oude niedorp
– de kleuterschool in lutjewinkel.

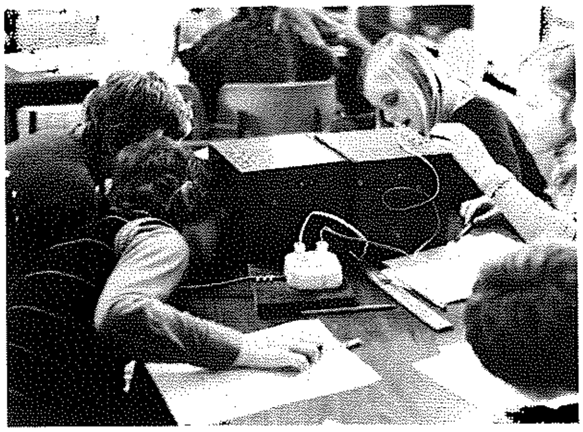
▶ **DE BASISSCHOOL IN OUDE NIEDORP**

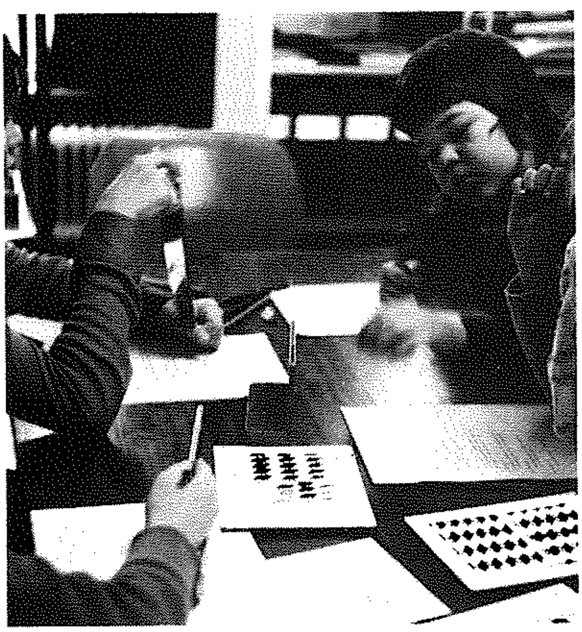


In de tweemansschool in het landelijke *oude niedorp* wordt hard gewerkt. En dat moet ook wel, want in een tweemansschool .....
Jan Mastenmaker (schoolleider, 32 jaar, voorzitter pvda afdeling niedorp, hobbies: fotografie, schaken en strips) heeft de 4-5-6-kombinatie, die 24 leerlingen bevat. Hij heeft de beschikking over een gewoon lokaal en een vrij grote gemeenschappelijke ruimte. Beide ruimten worden intensief gebruikt. In de gemeenschappelijke ruimte staan een aantal groepswerktafels en een – goed voorzien – dokumentatiecentrum.
'Is groepswerk mogelijk in een 4-5-6-kombinatie?'
'Ja', antwoordt Jan Mastenmaker, 'ik laat vaak vierdeklassers in groepen met vijfde- en zesdeklassers samenwerken.'
Om dit te verduidelijken haalt hij een aantal opdrachtkaarten over afstand-tijdgrafieken te voorschijn.[1]) Niet makkelijk! De meeste gaan over het lezen van afstand-tijdgrafieken en het interpreteren van de informaties die de grafieken geven.
Natuurlijk zijn er voor vierdeklassers meer moeilijkheden te overwinnen dan voor zesdeklassers, maar de groepen werken gemixed aan de werkbladen, waardoor de oudere leerling de jongere kan helpen. Daarom krijgen ze slechts één werkblad per groep. Aldus worden de leerlingen ook door het materiaal gedwongen elkaar te helpen bij het oplossen van de problemen die de werkbladen opleveren.

Zo hebben we de leerlingen zien werken aan opdrachten van het biologisch lescentrum in den helder. Deze opdrachten, die tafelnummers hebben, bedoelen de leerlingen bewust te maken van de wijze waarop hun zintuigen funktioneren (kontekstinvloeden, ambivalenties in het waarnemen, enz.). De (gemengde) groepen

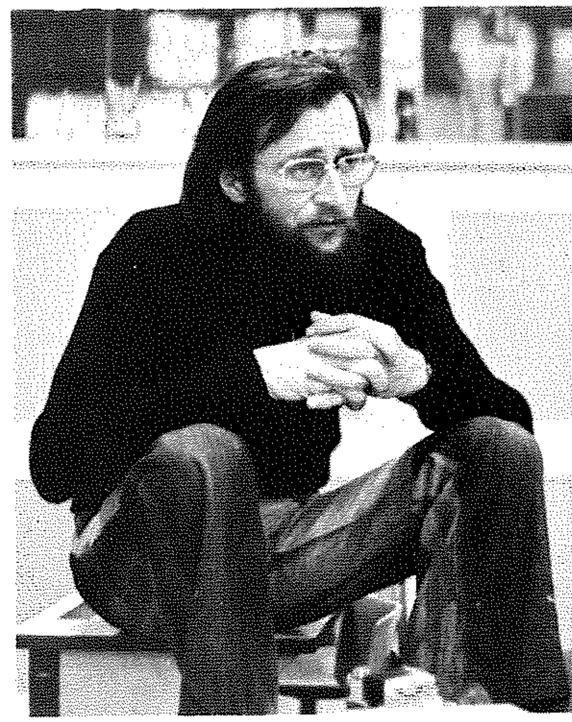
[1]) Zie 5.5: Een afstand-tijdgrafiek.





krijgen elk een andere starttafel toegewezen en wisselen zodra ze klaar zijn. De leerlingen werken gedurende meer dan een uur zeer geconcentreerd en met een grote onderlinge hulpvaardigheid.

Terwijl de leerlingen nagaan wat ze allemaal in plaatjes kunnen zien, onderzoeken hoe kleuren er uit zien in steeds andere omgevingen, proefjes op het gebied van het auditief waarnemen uitvoeren, vertelt Mastenmaker over zijn school.



De eigen school
Ik wil dat de school tegelijkertijd als dorpshuis funktioneert. We zijn nu weer een schaakklub aan het oprichten. Plattelandsvrouwen komen in school, er is damesgymnastiek geweest, er is zang geweest. Als er op zondag een kerkdienst is, dan wordt er in de school een krêche gehouden. De school hier is het enige gebouw met een zaaltje.

. . . .

Ik vind een tweemansschool belangrijk, ook voor de andere scholen, omdat je allerlei didaktische dingetjes kunt uitproberen. 't Is ook overzichtelijk. Je zit met 'n groep van 46 kinderen. Organisatorisch kun je makkelijker wat aan rommelen, want je kunt het allemaal in de hand houden, je weet wat er gebeurt, je hoeft niet met grote roosters rond te lopen. Ik ben indertijd bewust naar een tweemansschool gegaan. 't Heeft financieel wel wat nadelen, maar als je de pedagogisch-didaktische zaak belangrijk vindt, dan moet je op kleine schaal werken: je kent de kinderen allemaal persoonlijk, je kunt ze opvangen als er wat is.

. . . .

Het probleem dat we straks krijgen is: wel of niet aansluiten bij een schoolbegeleidingsdienst. Ik ben er voorstander van om zaken, waarbij je te maken hebt met de persoonlijke aanpak van individuen, kleinschalig aan te

pakken. Moet je iets als wiskobas opzetten en moet er een groots didaktisch plan komen, dan moet je het grootschalig aanpakken. Moet je kinderen gaan helpen die in de puree zitten, dan niet.
In een stad is dat niet te realiseren. Het wordt te duur om overal tweemansschooltjes neer te gaan zetten. Dus heb ik de konsekwentie genomen en ben naar een dorp gegaan. Daar staat dan zo'n school, die naar z'n ouwe moer dreigt te gaan en dan is het natuurlijk ook een prestigekwestie om die school boven jan te brengen. 't Moet!

. . . .

M'n hobbies, ja die komen de school in. Je gaat met de jongens 'ns wat doen en je denkt: wiskunde - stadsplan, daar kun je fotografie bij gebruiken. Dat doen we dan. We hebben hele grote plattegronden van de gemeente niedorp gemaakt. Daarop hebben we 'n koördinatenstelsel uitgezet. Ik heb toen van een punt de koördinaten opgegeven en van dat punt moesten de leerlingen een foto maken: 'fiets er maar heen!' Later ook andersom, met een speurtocht: 'zoek maar uit waar de foto's thuishoren; reken de afstandswegen tussen twee gefotografeerde punten uit, enz.' Zo proberen we dat soort zaken met elkaar te kombineren.
Schaken is ook de school ingekomen. Ik zeg gewoon: wat kan ik en wat kan ik niet. Ik kan 'n hoop dingen niet — dat is wel jammer — maar wat ik wel kan dát moet ik uitbuiten! Dan doet het er niet toe wat je met die kinderen doet, maar wát je doet moet wel van kwaliteit zijn.
't Ene jaar doe ik hier eens wat ekstra aan, 't andere jaar weer wat anders. Als je maar een goede lijn aanbrengt in dat wat je doet. Als er een opbouw in zit, dan vindt er toch wel vaak transfer plaats naar andere gebieden.
Eigenlijk is 't wat ambivalent. Als ik iets doe, dan probeer ik dat voor mezelf heel strak vast te leggen: hier ben ik en daar wil ik naar toe. Maar het is niet zo, dat ik zeg: nu heb ik een programma voor drie jaar en dat draai ik straks weer af. 't Moet voor mij ook leuk blijven.
Het is voor mij helemaal niet belangrijk of ik een bepaald rekenboekje door kom of alle landen van europa behandel — al die onzin — maar wàt ik doe moet volgens een bepaalde lijn zijn opgebouwd.

De relatie met de ouders
Ik beleef die relatie als goed, maar dat zegt vrij weinig. Ik reageer zelf nogal open en dan krijg je vanzelf over en weer iets, maar hoe diep dat gaat is voor mij moeilijk te beoordelen.
Na de krokusvakantie gaan we met 8 ouders

starten met nivolezen. Door de hele school heen. De ouders komen dan groepjes kinderen begeleiden.
Ze helpen ook bij de schaak- en fotoklub. Ik geloof niet dat er nou zo'n grote behoefte van de kant van de ouders is. Ik vind dat je dat dan ook niet te veel aan moet wakkeren. Ze moeten echt zelf willen. Ik ben niet van plan om dingen los te gaan weken waar nog geen behoefte aan is.

School en politiek
Indertijd ben ik hier aan politiek gaan doen omdat ik dacht dat de school op een gegeven moment gevaar zou kunnen lopen, dat er te weinig leerlingen zouden zijn bij de samenvoeging van de gemeenten. Eerst was de school in de gemeente oude niedorp de enige openbare school. Toen waren er ineens vier openbare scholen. Dat is een van de redenen.
Door de politiek ben je overal direkt bij en kun je gestalte geven aan iets, dat er nog niet is. We proberen hier iets van de grond te krijgen op 't gebied van remedial teaching: een kleine schooladviesdienst. Aan de ene kant moet je je dan goed informeren, want je komt ook in kontakt met mensen van officiële diensten, die graag willen regionaliseren vanwege de subsidie. Aan de andere kant moet je toch ook wel een bepaalde invloed kunnen hebben op een gemeentebestuur, want anders gaat het niet door. Voor mij is dat een duidelijke zaak.

Centrale instanties en schoolbegeleiding
Nou, ik trek me er helemaal niets van aan. Ik

ben een groot tegenstander van het misbruik van de cito-toets. Voor de rest vind ik het uitstekend als er in m'n school getoetst zou worden en de gegevens zouden voor míj bestemd zijn om te weten waar bepaalde kennishiaten zitten. Als ik dat hiaat belangrijk genoeg vind om op te vullen, dan werk ik daaraan. Als ik dat niet vind, dan laat ik het zitten.

. . . .

Ik zei het al: als je in deze streek iets van de grond wilt krijgen, dan moet het ook klein blijven. Ik wil op een gegeven moment iemand hebben die m'n school kent, die mij kent, die weet hoe ik werk, hoe mijn wensen ten aanzien van het onderwijs aan die kinderen zijn en die daarop kan inspelen. Niet iemand van verre, een psycholoog uit de school van prof. de Groot, die met een of andere testbatterij de school doorlicht, mij met de frustraties achterlatend. Zo iemand komt er niet in. Nooit!

Ik zie wel een schoolbegeleidingsdienst, die gedecentraliseerd is, die z'n medewerkers op bepaalde posten in de regio neerzet. Deze mensen komen als er bepaalde problemen zijn. Ze moeten niet een vast pakket aanbieden dat de scholen dienen te slikken. Ik zeg niet dat ik me ten eeuwigen tijde hiertegen zal verzetten. De vorm waarin het nu gegoten is staat me niet aan.

Den helder wil regionaliseren. Hoe meer men regionaliseert, hoe meer mensen men in dienst kan nemen, hoe groter de subsidie van het rijk. Ze doen het nog een beetje kalm aan. Peilen de opinie een beetje. Zo langzamerhand wil men 13 gemeenten hier in de omgeving gaan bewerken.

Ik heb liever een kleine dienst met een paar veldwerkers, parttimers, die begeleid worden door een orthopedagoog. Mochten we in de toekomst dan meer naar een officiële schoolbegeleidingsdienst toegaan, dan hebben we ervaring, dan kunnen we zeggen wat de problemen zijn. We kunnen vragen: wat hebben jullie ons te bieden? We staan dan in een veel gunstiger onderhandelingssituatie.

Wiskobas temidden van de vele vernieuwingen

Ja, ik heb geen zin om zo maar voor z'n kont te gaan zitten raaskallen. Laat ik alleen maar iets zeggen van wat ik weet. Vroeger was ik in den helder op een kontaktschool van het algemeen pedagogisch centrum. We hadden toen groepjes met vrij entoesiaste mensen, die zeer frekwent bij elkaar kwamen, die min of meer werden opgeleid in het apc-stelsel. De mensen die van zo'n kursus af kwamen, gingen zélf in de plaats waar ze vandaan kwamen, op scholen kursussen geven. Eén keer in de paar maanden kwam dat groepje dan weer bijeen in utrecht en dan werd je hele onderwijsbeeld opnieuw veranderd. Alles wat je tot dan toe gedaan had, wat je op je kursisten geprobeerd had over te brengen, dat moest dan weer helemaal op de helling. Dat was voor ons al vrij moeilijk bij te houden; voor degenen die nog verder van de informatiebron af zaten, was dat helemaal moeilijk te aksepteren.

Verder was daar een sfeer die je ziet op de televisie, als je naar een sekte uit amerika kijkt, zo van de meester spreekt en ieder staat glimmend te juichen; een soort superstar-stemming. Dat begon me te vervelen.

Onderwijzers zijn kwa alles gewone, middelmatige mensen en daar moet je het mee doen.

. . . .

Het verschil met wiskobas zit 'm vooral in de benadering van het onderwijsveld.

Het apc sprak me in 't begin erg aan. De sfeer van: wam, we gaan de hele zaak op z'n kop zetten.

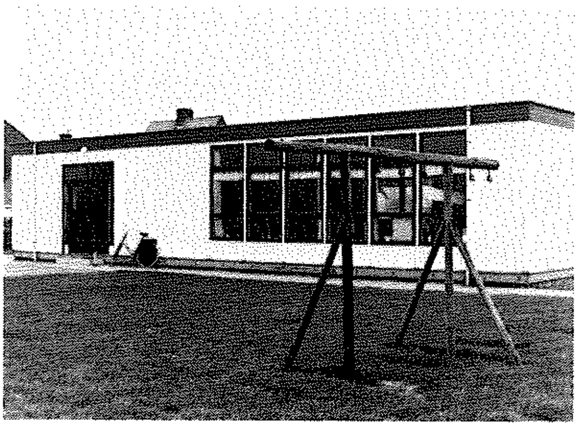
Intussen heb ik geleerd dat op die scholen wel een mentaliteitsverandering is gekomen, maar dat er in feite inhoudelijk verschrikkelijk weinig is veranderd.

Dezelfde mentaliteitsverandering is mogelijk met de wiskobas-formule. En als ik om me heen kijk, dan zie ik dat er door wiskobas inhoudelijk veel meer wordt gewijzigd. Ze laten de onderwijzers niet in de kou staan. Ze zeggen niet alleen dat ze anders moeten gaan rekenen, maar geven ook mogelijkheden aan: konkreet materiaal en achtergrondinformatie. Daarbij dringen ze niet een bepaald patroon op. De man voor de klas komt niet volledig in een harnas. Op den duur werkt dit het beste.

Als je echt met wiskobas gaat werken, dan kun je niet meer in 't klassikale sisteem blijven. Tenminste, dat denk ik. Als wiskobas iets zou maken dat de school de mogelijkheid zou geven om klassikaal te blijven werken, dan zitten ze op de verkeerde weg. Gelukkig is dat niet zo.

De onderwijzer kan veel meer in z'n eigen tempo vernieuwen dan bij het apc. Bij het apc was het de strakke discipline der vrijheid, bij wiskobas de vrije discipline der strakheid.

* * *

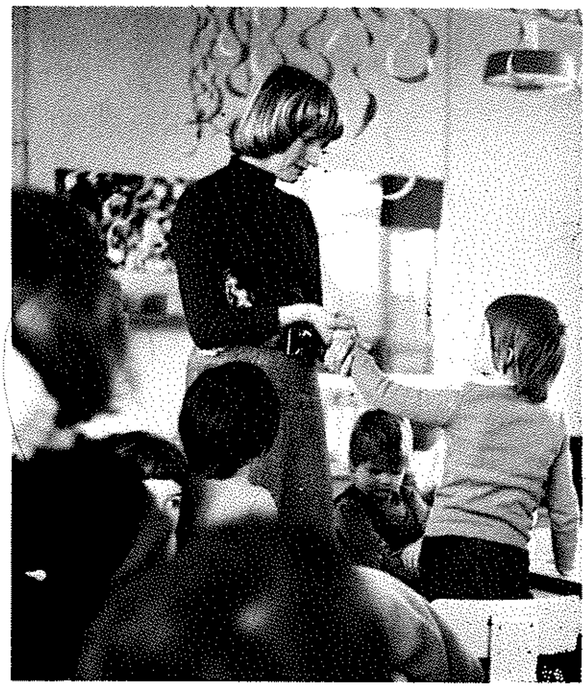


Op het moment dat we binnenkomen is de schooldag bijna afgelopen. Via een orden- en klassifiseeraktiviteit worden de kleuters op een handige manier uitgedaagd hun jassen aan te trekken:

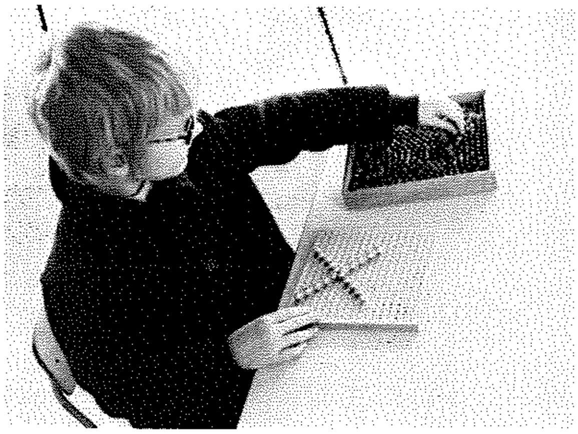
- wie heeft de lichtste jas? de één na lichtste? de donkerste?
- alle kinderen die vinden dat ze een donkere jas aan hebben gaan bij elkaar staan; nu de kinderen met een lichte jas; met een 'tussen'-jas.

Allerlei vragen doemen op.
'Juf, mijn jas hoort nergens bij.'
'Kan dat eigenlijk wel? Bij welk soort jassen hoort de jouwe toch wel een beetje?'

Anja Zander, derdejaars wiskobas, is hoofdleidster van de kleuterschool in lutjewinkel. Deze kleuterschool is gehuisvest in een semi-permanent gebouwtje aan de rand van het dorp, en in een lokaal bij de basisschool.

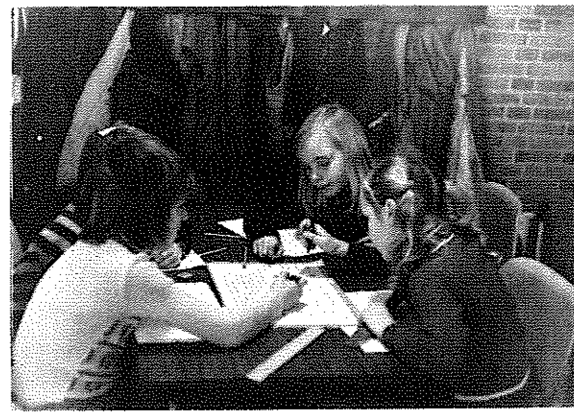


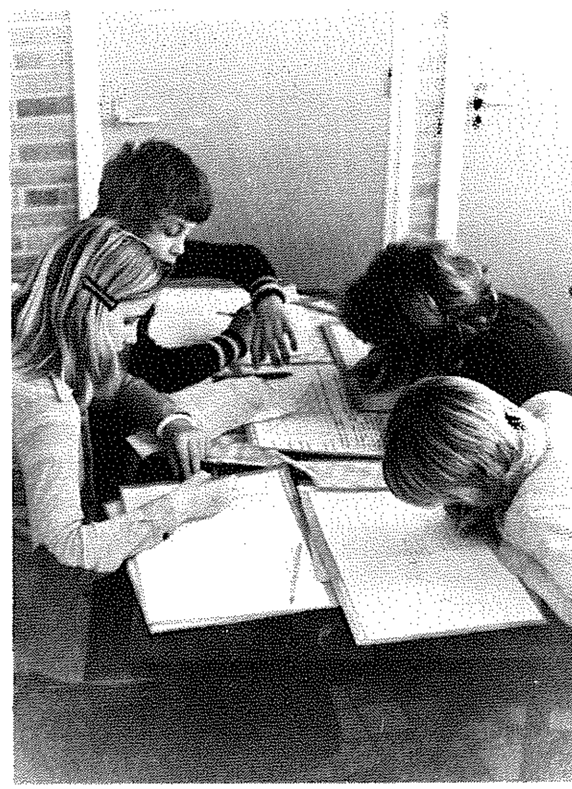
De mogelijkheden om gebruik te maken van de wiskobas-middagen zijn op een kleuterschool natuurlijk anders dan op een basisschool.
''t Gaat allemaal wat minder spektakulair, meer verborgen', zegt Anja.
'Het zit 'm meer in de wijze waarop je van bepaalde materialen (rekenkisten, mozaieken) gebruik maakt, de manier waarop je je materialen ordent. Volgens mij leer je om vanuit een wat bredere achtergrond situaties te scheppen, in te spelen op reakties van de kleuters.'



5.5 een afstand-tijdgrafiek

Veel van het konkrete materiaal dat de niedorper onderwijsgemeenschap dinsdagsmiddags samenstelt zou, gezien de originaliteit, in dit responsblok opgenomen moeten worden. In de multoband van één der leerkrachten vinden we stencils over: witkarren, plattegronden, getallenlijn, breuken, grafieken, kavelland, metriek stelsel, enz. Eén van de ontwerpen gaat over afstand-tijdgrafieken.
Jan Mastenmaker ontwierp, geïnspireerd door een artikel van Leen Streefland in het wiskobas-bulletin[1]) een serie van 6 opdrachtkaarten over dit onderwerp.
Nevenstaand treft u één van deze kaarten, alsmede fotografische impressies van de leerlingenaktiviteiten aan.





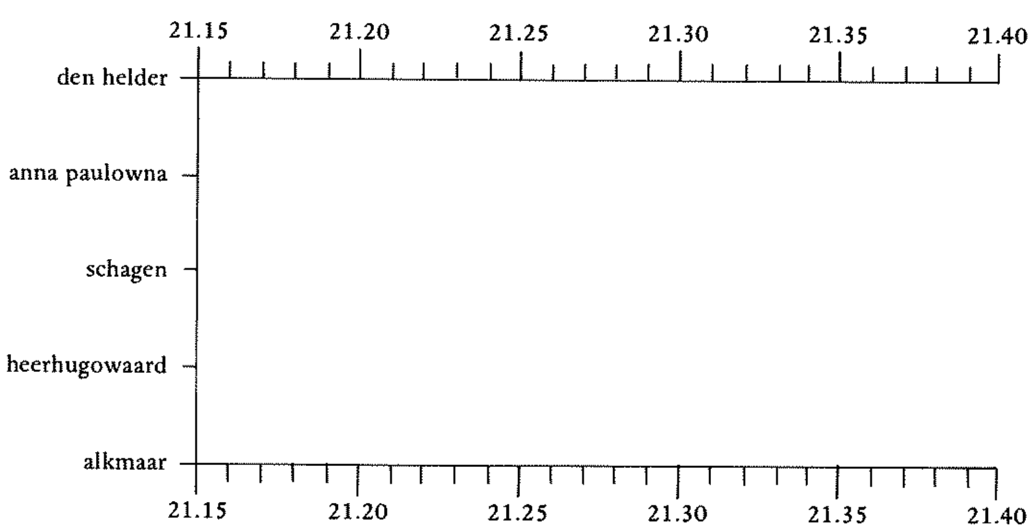
[1]) Jaargang 4 nr. 3/4, pag. 309 e.v.

Met de volgende gegevens kun je een grafiek maken.
Probeer het maar eens!

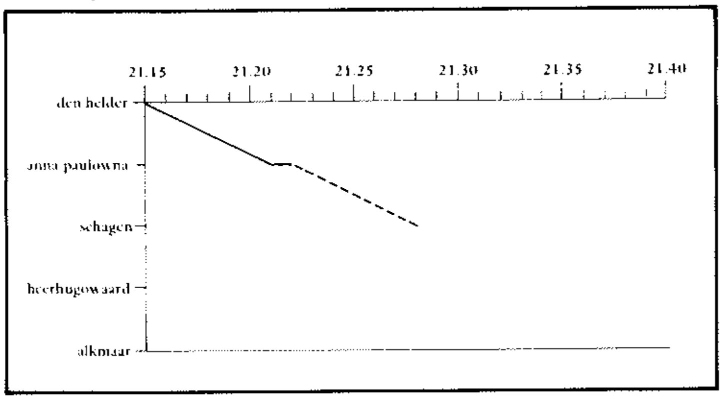
Een treinreis van *den helder* naar *alkmaar* (40 km).

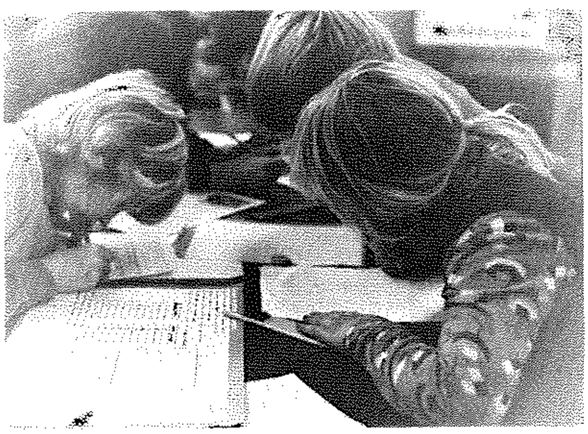
0	den helder	vertrek:	21.15 uur
10	anna paulowna	aankomst:	21.21 uur
		vertrek:	21.22 uur
20	schagen	aankomst:	21.28 uur
		vertrek:	21.29 uur
32	heerhugowaard	aankomst:	21.35 uur
		vertrek:	21.36 uur
40	alkmaar	aankomst:	21.40 uur

Als je er niet uit kunt komen, mag je op de achterkant van het werkblad kijken.
Maar eerst zelf proberen!



Achterzijde werkblad 5





5.6 samen vernieuwen

GESPREK MET ZR. BLIJLEVENS, ONDERWIJSWETHOUDER VAN NIEDORP

Tijdens het bezoek aan niedorp wordt steeds weer één bepaalde naam genoemd, en wel die van Zr. Blijlevens. Zij zou 'veel van de onderwijsaktiviteiten mogelijk hebben gemaakt', 'aan de basis hebben gestaan', 'sterk stimulerend hebben gewerkt'. Om deze reden (maar ook omdat in onze 'gesprekken met veldmedewerkers' *al wel twee schoolteams, een groep studenten, een schoolbegeleider en een onderwijsinspekteur aan het woord zijn geweest, maar nog geen gemeentebestuurder) zijn we op een zonnige donderdagmorgen op pad gegaan naar het klooster in niedorp.*
Zr. Blijlevens, religieuze naam 'Ancilla' (de dienende) is lid van de Clarissenorde. Deze, reeds in de 13e eeuw gestichte orde, telt nu ca 13.000 kloosterlingen, waarvan 20 in niedorp.

Zuster, als ik goed geïnformeerd ben, woont u al meer dan 10 jaar in niedorp, bent u vanaf 1970 – toen de gemeente niedorp ontstond door samenvoegingen – gemeenteraadslid voor het cda en sinds ongeveer een jaar wethouder. U kent niedorp en het niedorpse onderwijs. Graag zou ik hierover met u willen praten. Vooral ook over: hoe kijkt u, als bestuurder, tegen de ontwikkelingen in het onderwijs ter plaatse aan?

Kunt u de gemeente niedorp typeren?
't Is een dinamische gemeente. De mensen zijn erg principieel. We hebben hier al van jaren her dienstweigeraars. Aan 't begin van deze eeuw had je hier een kolonie van vrije huwelijken. 'Vrijgevochten' kun je de mensen niet noemen. 'Principieel'. Ik dacht dat dit een karakteristiek van de oorspronkelijke bevolking was.
Bijvoorbeeld de mensen in *'t veld*, praktisch een katholieke woonkern, zijn – zegt men – indertijd als katholieken het veld ingedreven. Zij hebben zich toen als een hechte principiële gemeenschap samengevoegd. Bij deze mensen kan ook erg veel. Je staat er van te kijken wat ze samen op kunnen bouwen.

Hoe bent u bij het onderwijs in niedorp betrokken geraakt?
Het is van mij gewoon belangstelling geweest. Ouders hebben me in 1971 hierin betrokken. Ik heb toen gemeend dat hier op z'n minst een onderwijskommissie moest komen. Ik was al gemeenteraadslid. In het begin heb je dan belangstelling voor alle taken. Toch werd ik 't meest betrokken bij het onderwijs. Ik ben toen naar heel wat onderwijsdagen geweest. Als eerste kwam toen de onderwijskommissie uit de bus. Daarna hebben we geprobeerd een schoolraad van de grond te krijgen. Deze raad werd in mei 1971 opgericht en bestaat nu uit 20 à 21 personen: ouders, hoofden van scholen, e.d. Sinds vorig jaar bezoekt ook een vertegenwoordiging van de bizondere scholen de vergaderingen van de schoolraad. Zij weten dus ook wat er gaande is.

. . . .

De situatie in niedorp is er niet een die er om welke reden dan ook uitspringt. We proberen een geleidelijke vernieuwing van het onderwijs op gang te brengen, niet vanuit één school, maar zodanig dat àlle scholen hierbij betrokken zijn. En dat is misschien wel een unieke situatie.
Ik geloof dat het onderwijs in de gemeente in z'n totaliteit goed genoemd kan worden.

Wat betreft het reken/wiskundeonderwijs is de situatie om de volgende redenen toch wel vrij apart:
- *alle scholen gebruiken dezelfde rekenmetode*
- *alle kleuter- en basisscholen zijn dinsdagsmiddags bijeen om met elkaar aan hun rekenonderwijs te werken*
- *een docent van de heroriënteringskursus verzorgt tevens de begeleiding.*

Het zou interessant zijn om na te gaan hoe dit is begonnen en waarom juist in niedorp.
Het belangrijkste is dat je begint met elkaar te leren kennen. Basis voor samenwerking is, dat je waardering leert krijgen voor het anders-zijn van de ander.
Ten tijde van de schoolraad is het begonnen. Als je iets aan onderwijsvernieuwing wilt gaan doen, dan moet je overal gaan zoeken. We konden naar schagen, alkmaar, den helder. We zitten hier echter met 48 leerkrachten (basis- en kleuterschool) en dan zeg je: er moet toch plaatselijk ook iets te organiseren zijn. Ga je dat dan alleen met het bizonder onderwijs of alleen met het openbaar onderwijs doen, dan slaagt het misschien niet. Laten we proberen om met elkaar in gesprek te komen en laten we kijken of het niet mogelijk is samen een kursus te volgen. Eerst is er toen een kursus algemene onderwijsvernieuwing onder leiding van het instituut onderwijsbegeleiding gekomen en daarna wiskobas. In het begin was de aansluiting van de scholen onderling een beetje moeilijk. Dat is er nu helemaal niet meer. Onder andere is de integratie van kleuter- en basisonderwijs hierdoor tot stand gekomen. Ook heel belangrijk is dat je de eigenheid van de ander respekteert: een openbare school mag een openbare school zijn, een bizondere school

een bizondere. Ik ben een voorstander van bizonder onderwijs, maar dit neemt niet weg dat je er als gemeentebestuurder net zo goed voor moet zorgen dat de openbare scholen goed zijn.
Je komt natuurlijk nergens zonder voortrekkers. En die hebben we hier: een stel entoesiaste schoolleiders en een wiskundeleraar uit alkmaar. Daarbij komt dat je met elkaar een duidelijk doel voor ogen moet hebben. Met respekt alleen kom je er ook niet. Door sámen aan de slag te gaan, kun je veel bereiken: kursussen organiseren, onderwijsvernieuwing op gang brengen.

Heeft een gemeentebestuur invloed op de inhoud van het onderwijs?
Dat hangt af van de gemeenteraadsleden. Daarom is het ook zo belangrijk om te bekijken wèlke mensen in de gemeenteraad worden gekozen. Wanneer je zèlf, als gemeenteraadslid, inziet dat onderwijsvernieuwing belangrijk is, dan kun je stimuleren. Ik vind dat een heel duidelijke taak van het gemeentebestuur. Een gemeentebestuur heeft daartoe kennis nodig. En die ontbreekt nog wel eens. Dat hoeft echter niet. Als er een wil is, dan zijn er talloze mogelijkheden voor bestuurders: kursussen e.d. Wat ik van het onderwijs heb opgestoken, is ook door middel van kursussen geweest.
Het verstrekken van die informaties moet niet door politieke partijen gebeuren. Je krijgt anders een bepaalde richting opgedrongen, die een objektief oordeel in de weg kan staan. Beter zou zijn als het door deskundigen op de vakgebieden zou gebeuren. Misschien onder auspiciën van de vereniging nederlandse gemeenten.
Bovendien is het noodzakelijk dat je binnen de frakties taakverdelingen hebt, zodat je niet alles van alles hoeft te weten.
't Is trouwens jammer dat het wiskobas-bulletin niet bij alle gemeentebesturen terecht komt.

De onderwijsgevenden in niedorp hebben nogal uiteenlopende ideeën over 'schoolbegeleiding'. De diskussie is aktueel, omdat de gemeente binnenkort beslissingen moet nemen. Welke ideeën leven hieromtrent bij u?
Zoals ik er nu over denk – maar die gedachte is nog niet definitief, ik ben er nog mee bezig – ben ik vóór kleinschalige diensten, maar wel ingepast in een grotere dienst, zodat je ergens op terug kunt vallen. Op 't ogenblik hebben we een werkgroep die met deze problematiek bezig is. Wij zullen een rapport uitbrengen aan de gemeenteraad, waarin we ruime informatie

zullen geven. We denken aan het aanstellen van een plaatselijke 'remedial teacher'.
Het is misschien al weer een paar jaar geleden dat wij bij een schoolbegeleidingsdienst zijn wezen praten over de begeleiding van de zwakkere leerling. Het is toen blijven hangen omdat we hier soms nogal plaatselijk denken en verder moeten we, om iets voor elkaar te krijgen, met een gefundeerd rapport op tafel komen. Als je als gemeente alleen, dit grote en belangrijke objekt onder handen gaat nemen, dan ben ik bang dat je toch een beetje amateuristisch te werk zult gaan.

Ik zou me kunnen voorstellen dat u de dinsdagmiddagaktiviteiten hier ziet als mogelijke basis, waaruit later wellicht een zogenaamd 'teacher center' kan groeien.
Die bijeenkomsten hebben we vorig jaar na schooltijd gedaan. Dat lag wat moeilijk: men kon vrijblijvend komen. Wij vonden het echter belangrijk genoeg om alle leerkrachten bij elkaar te hebben. In verband met het terugbrengen van de lesuren van 1040 naar 1000, bedoeld om de leerkracht gelegenheid te geven tot verdere ontwikkeling, hebben we gezegd: nu passen we het in het schema van de scholen in. De zaak ligt hierdoor anders dan wanneer het na schooltijd zou gebeuren. Alleen in een zeer bizonder geval is iemand nu niet aanwezig. En dat gaat vanzelf, er is geen toezicht op. Ik vind dat je, zolang je in het onderwijs zit, moet blijven denken en praten over bepaalde onderwijstaken. Misschien is het goed, maar dat weet ik nog niet precies, om volgend jaar meer het 'teacher center'-idee te benadrukken, om eens geen kursus te doen, om ervaringen uit te wisselen, om een centrum te hebben waar spullen liggen, waar misschien per toerbeurt deskundigen, dat kunnen mensen hier uit 't onderwijs zijn, beschikbaar zijn.

De integratieproblematiek leeft nogal sterk in niedorp. Misschien wilt u reageren op twee uitspraken van onderwijsmensen.
Een kleuterjuf zei: 'integratie betekent niet dat stof uit de eerste klas verplaatst moet worden naar de kleuterschool'.
Ik moet er even over denken. Je kunt het misschien niet zo algemeen stellen. Als je een kind zou hebben dat er plezier in heeft vast iets van die eerste klas basisschool op te pikken, dan weet ik niet of dat bezwaarlijk zou zijn.
In z'n algemeenheid zou ik zeggen: dat is de bedoeling niet. 't Gaat meer om die geleidelijke overgang.
Ik zie niet in, als je echt kleuterschool en basisschool integreert, waarom dan niet iets van die basisschool naar de kleuterschool toe kan. 't Hangt af van de behoefte en 't geluk van het kind.

Uitgaan van de behoeften van het kind zou betekenen, en ik kom nu met een uitspraak van een onderwijzer:
'integratie kan alleen bij een sisteem waarin leerlingen op hun eigen nivo werken; met andere woorden: integratie lukt alleen bij een vernieuwde basisschool.'
Misschien is 'vernieuwde' wat sterk gezegd, maar 't moet wel een basisschool zijn die in beweging is, een basisschool die ook duidelijk inziet dat 't nivo van het kind heel belangrijk is.

Natuurlijk wil dit niet zeggen dat we nu *ineens* die vernieuwde basisschool moeten hebben. Wèl moeten we aan die vernieuwing en dus aan de integratie werken.
In *winkel* openen we een nieuwe school, waar nu – in tegenstelling tot de oude toestand – de kleuterschool naast de basisschool staat. De juf van de eerste klas zit dan dichtbij de kleuterjuf en omgekeerd. Dat vind ik een enorm pluspunt.
Dit gaat allemaal geleidelijk aan. Op een verantwoorde manier moeten we aan die integratie werken.
Ik geloof dat het aansluiten in onze gemeente al aardig gestalte krijgt. Na vier jaar is 't ook 'gewoon' geworden. Er is bijvoorbeeld geen statusverschil meer tussen de leerkrachten van basis- en kleuterschool. Het is ook niet meer denkbaar in de gemeente niedorp, dat de kleuterschool geïsoleerd zou staan van de basisschool.
De kleuters gaan enkele middagen per jaar naar de basisschool. Dat gebeurt al enkele jaren. We moeten er natuurlijk wel voor oppassen dat een kleuter niet tè vroegtijdig naar de basisschool moet.

Op de dinsdagmiddag is een bepaalde tegenstelling merkbaar. Aan de ene kant voorstanders van 'vrijheid blijheid', aan de andere kant zijn er mensen die zeggen: willen we met elkaar verder komen, dan moeten we duidelijke afspraken maken.
Ik dacht dat het een het ander niet hoeft uit te sluiten. Ik vind dat het bij samenwerking niet zo moet zijn, dat je zegt: zo is het, zo spreken we het af, zo moet iedere school het dan ook doen.
Ik vind wel dat er in grote lijnen afspraken van vrije mensen gemaakt moeten worden.

't Initiatief hier in niedorp lijkt belangrijk. Het zou misschien elders navolging verdienen. Bent u eventueel bereid om met belangstellenden in gesprek te treden? Met name over dat allereerste begin; over de vraag: hoe stimuleer je als gemeentebestuur zoiets?
Ja, natuurlijk. Gemeentebesturen hebben de plicht om te stimuleren. Als we anderen daarbij kunnen helpen ....

5.7 hé, jij daar!

ANTI ROOKACTIE

TECHNISCHE SCHOOL
WILLEM DE CLERCQSTRAAT 7
NIJVERDAL

klasse	klasse-leraar	niet-rokers	rokers	percent. niet-rokers
B1	Ge	21	7	
B2	X	19	8	
B3	Su	15	12	
B4	Ko	18	10	
B5	Ni	12	15	
2A1	Br	15	9	
2A2	Tij	14	10	
2A3	Te	11	14	
2A4	Bo	14	8	
2A5	Pu	9	15	
2A6	Ku	16	10	

klasse	klasse-leraar	niet-rokers	rokers	percent. niet-rokers
3A1	St	17	10	
3A2	Do	21	8	
3A3	So	11	8	
3A4	Boe	6	15	
3A5	Po	13	5	
3A6	Schu	8	11	
M4A	Ke	11	2	
M4B	Ti	10	8	
E4	O	11	13	
E4A	Ne	20	5	
E4B	Ks	9	16	

fig. 1

GERRIT TIJINK
WIM SWEERS

Reeds geruime tijd voordat 'Hé, jij daar!...' in het wiskobas-bulletin geplaatst kon worden, hebben wij de schoolkrant van het Koningin Wilhelmina Fonds samen met het leerstofpakketje naar een drietal scholen voor v.o. (een havo, een mavo en een lts) gezonden, met het verzoek hieraan enige lessen te wijden.

Inmiddels kregen we van de scholen verschillende reakties, van welke wij in dit nummer die van de *technische school nijverdal* plaatsen.

Het bleek dat de wiskunde-opdrachten, zoals wij die samenstelden,[1]) voor een lbo-leerling te moeilijk gevonden werden. Wel sprak de problematiek de leraren bizonder aan. Ze besloten daarom binnen het kader van 'Niet Roken '74' zelf een aktie op touw te zetten, met als doel het roken van de leerlingen te beperken. Het volledige lerarenteam besloot de aktie in eigen klas voor te bereiden en ervoor te zorgen, dat elke maand in die klas de stand werd bijgehouden van het aantal nog rokende leerlingen. (fig. 1)

Maar goed, dan heb je elke maand al die getallen en daar moet wat mee gedaan worden. Er wordt al gauw gezegd: cijfertjes, dat is iets voor de wiskundeleraar. Deze nam de taak op zich 'daar wat mee te gaan doen', dat wil zeggen: de onderzoeksresultaten op de een of andere wijze te visualiseren, opdat iedereen voortdurend kan zien hoe de aktie verloopt.
Op welke wijze de getallen grafisch verwerkt werden en op welke (bescheiden) wijze er bij de introduktie een grafiek uit de krant werd geïnterpreteerd, vertelt *Gerrit Tijink*, wiskundeleraar aan de technische school te nijverdal.
Niet alleen is het belangwekkend om in zijn verhaal te lezen hoe de resultaten grafisch verwerkt werden, maar meer nog de wijze waarop alle leerlingen steeds bezig waren samen oplossingen te vinden voor problemen die ze ontmoetten. De open benadering van deze problemen en de wijze waarop de leerlingen erbij werden betrokken, maakte dat ze allen bizonder gemotiveerd waren; het was en bleef vanaf het begin 'hun eigen werk'.

▶ **DE EERSTE LES**
De klas wordt op het spoor gezet van de komende aktie op school. De leerlingen lezen de krant en trachten nevenstaande grafiek te interpreteren. (fig. 2)

---

[1]) Zie pag. 381 van dit nummer.

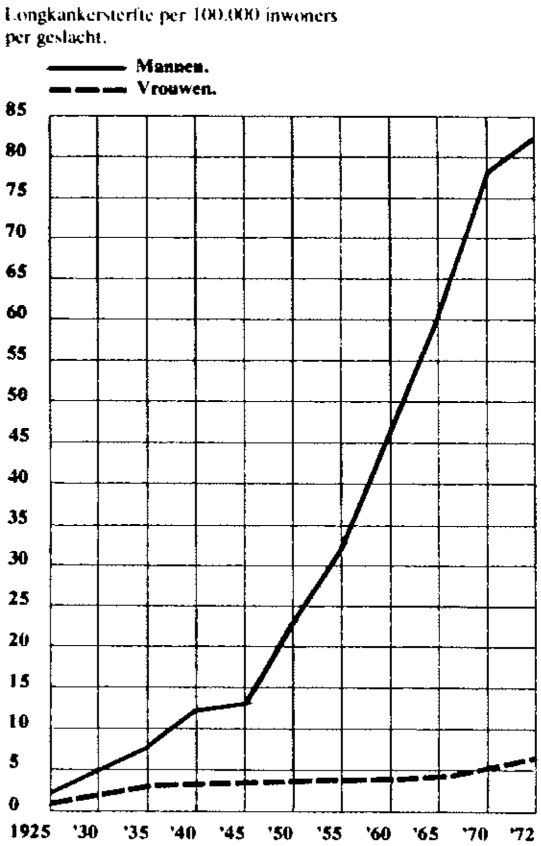
Er komen opmerkingen zoals:

'roken is ongezond; je kunt aan de grafiek zien dat veel mannen roken.'

Nadrukkelijk vraag je dan: 'hoe weet je dat mannen veel roken?'

De klas ervaart dit als een stomme opmerking.

'Dat kun je duidelijk zien in de grafiek.'



Pas als je blijft aandringen en vraagt:

'waar staat in de grafiek dat er meer mannen roken dan vrouwen?',

beseffen ze dat dit er niet letterlijk staat.

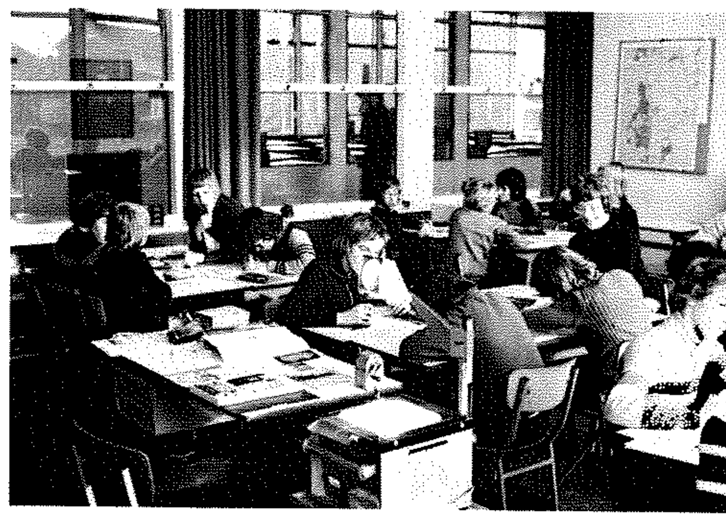
Ook wordt opgemerkt:

'de grafiek is niet eerlijk' (het interval 1970-1972 is even groot getekend als de andere vijfjaarlijkse intervallen).

De 'fout' wordt door de leerlingen hersteld. Nu blijkt dat de iets gunstiger lijkende ontwikkeling van de laatste twee jaar in werkelijkheid helemaal niet zo gunstig is. De essentie van het lijndiagram wordt spoedig begrepen en tevens worden de leerlingen zich ervan bewust dat je in een grafiek goed moet lezen wat er staat, wil je niet tot foutieve konklusies komen.

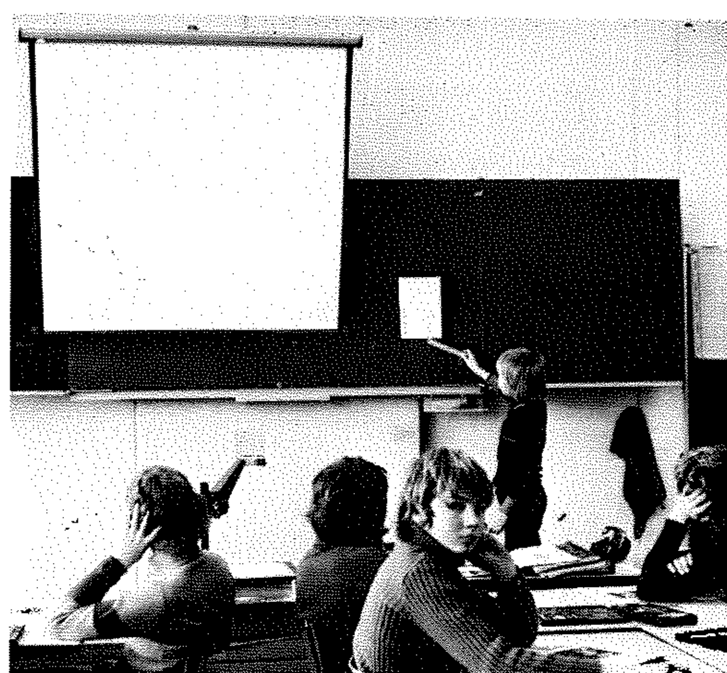
In januari zal de klas de beschikking krijgen over de aantallen wel- en nietrokers van die maand. Met de overhead-projektor wordt de niet ingevulde tabel zichtbaar gemaakt. Elke volgende maand vragen alle klasseleraren opnieuw de gegevens aan hun klassen en geven deze getallen weer door. In groepen van vier of vijf gaan de leerlingen aan het werk met de open opdracht:

'hoe kunnen we de getallen die we krijgen in een grafiek tot uitdrukking brengen?'



groepsdiskussie: hoe maak ik de getallen zichtbaar in een grafiek?

Er komen voorstellen uit de klas, waarbij elke leerling zijn eigen ideeën uitlegt en/of verdedigt.



eigen ideeën worden aan de klas uitgelegd, waarbij medeleerlingen reflekteren op het ingebrachte idee (zie ook fig. 3)

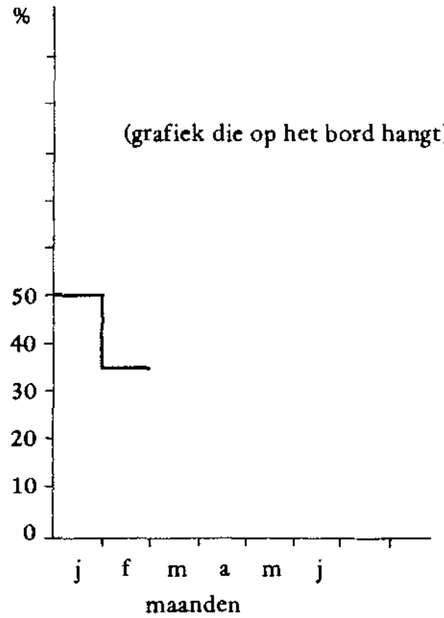


fig. 3

— Vanuit het voorstel van één leerling: 'alle klasseresultaten in één lijngrafiek', vinden de leerlingen: 'we maken 22 lijngrafieken, anders kun je door al die lijnen in één grafiek toch niets meer zien'.

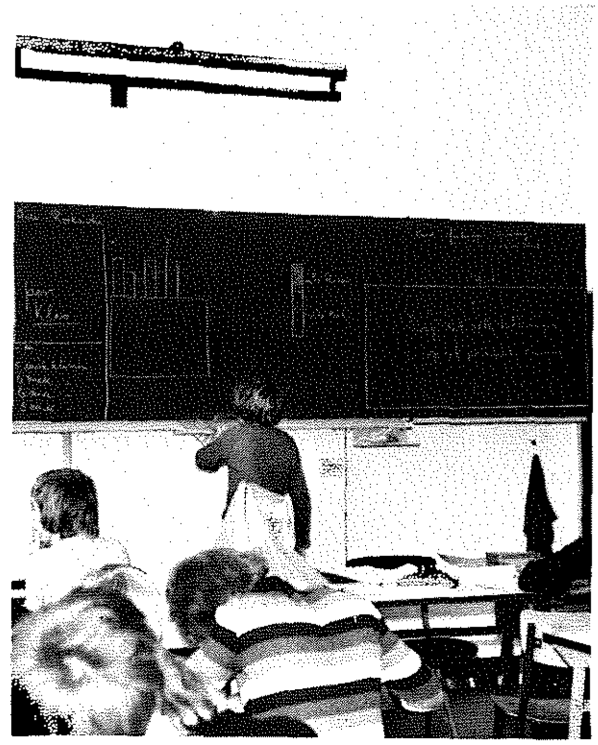
— Een ander voorstel: 'een termometer-grafiek voor 1e, 2e, 3e en 4e leerjaar' wordt door de klas omgebogen tot: 'elke maand tekenen we voor elk leerjaar een sigaret en laten we zien hoeveel procent van elk leerjaar rookt door de lengte van het opgerookte deel. Het niet opgerookte deel is dan het percentage nietrokers.'

▶ **DE TWEEDE LES** (een maand later)
Nadat in het kort het verloop van de eerste les in herinnering is teruggeroepen, komt een leerling met een nog beter voorstel voor visualisering van de klasseresultaten:

'De elf eerste en tweede klassen (onderbouw) vergelijken met de elf derde en vierde klassen (bovenbouw). Op een pakje sigaretten een staaf tekenen die het percentage rokers weergeeft. Elke volgende maand komt er een sigaret bij die verder, of juist niet zover, uit het pakje steekt. Hoe minder leerlingen van de groep roken, des te verder verdwijnt de sigaret in het pakje.'

Duidelijk entoesiasme in de klas.

In wiskundig opzicht blijkt uit de spontane vondst 'het pakje sigaretten laten funktioneren als staafdiagram', dat dit begrip in de voorafgaande lessen over grafische verwerking vulling heeft gekregen;
didaktisch gezien gebeurt hier weer hetzelfde als tijdens de eerste les: in deze reflektie, die aan het



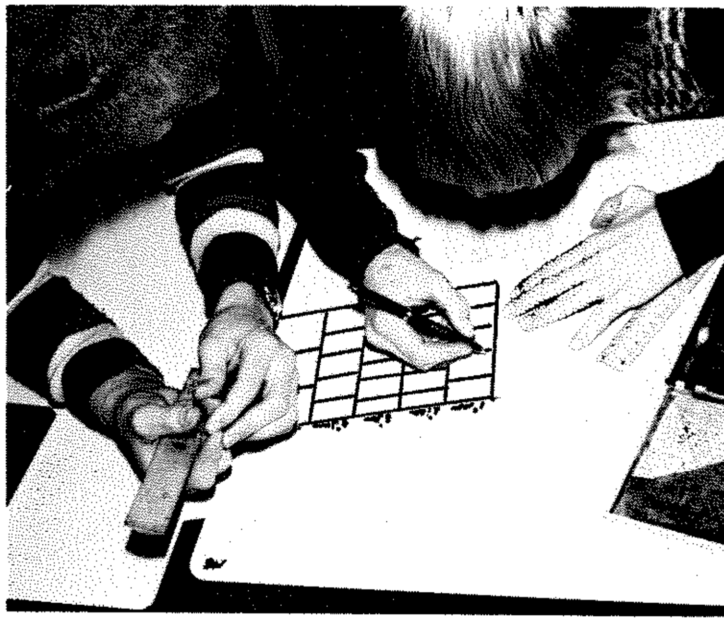
begin van de les plaatsvindt en daarom als nieuw probleem wordt ervaren, trekken de leerlingen profijt van elkaars goede ideeën en kreëren betere oplossingen.

Het is uiterst waardevol om dit als leraar in een konkrete klassesituatie te ervaren en je zou kollega's graag willen laten delen in deze ervaring, maar omdat ieder in zijn eigen klas bezig is kun je er alleen maar over praten met de anderen.

Je voorziet een heel ander probleem: als de leerlingen hun oplossingen tentoonstellen (bijvoorbeeld door ze op het spesiaal hiervoor klaargemaakte prikbord te prikken), zouden hun grafieken wel eens zo omvangrijk en verschillend kunnen zijn, dat buitenstaanders door de bomen het bos niet meer zien.
Je kunt twee dingen doen:
* laat de klas maar gaan en laat ze na veel werk tot de ontdekking komen dat buitenstaanders de veelheid van produkten niet overzien;
* analiseer zelf een deel van die problemen.

Ik kies het laatste en wijs de klas op het prikbord dat leeg in de gang hangt. Hierop kunnen hun werkstukken geprikt worden. De afmetingen van het bord zijn 244 x 122 cm. Daar moeten 22 grafieken en twee 'pakjes met uitstekende' sigaretten op.

De leerlingen gaan nu proberen in groepen van twee dit probleem op te lossen; het hoeft geen betoog dat hier veel aan de orde komt: ordenen, verhoudingen, schaal, oppervlakte, vlakverdeling, rekening houden met papierstandaardisatie, enz.



De getekende voorstellen voor de indeling van het bord worden vervolgens op het bord geplakt, waarna de reflektie volgt. Weer maak je mee dat de som van alle voorstellen meer is dan alle voorstellen samen, met andere woorden: de leerlingen komen, na overleg, op een hoger nivo; vinden een betere oplossing dan op eigen kracht of in groepen van twee.
De klas ervaart dit positief; ook leerlingen die niet aan de diskussie deelnemen zien de uiteindelijke oplossing als de hunne.
De klas kiest tenslotte onderstaande verdeling van het prikbord:

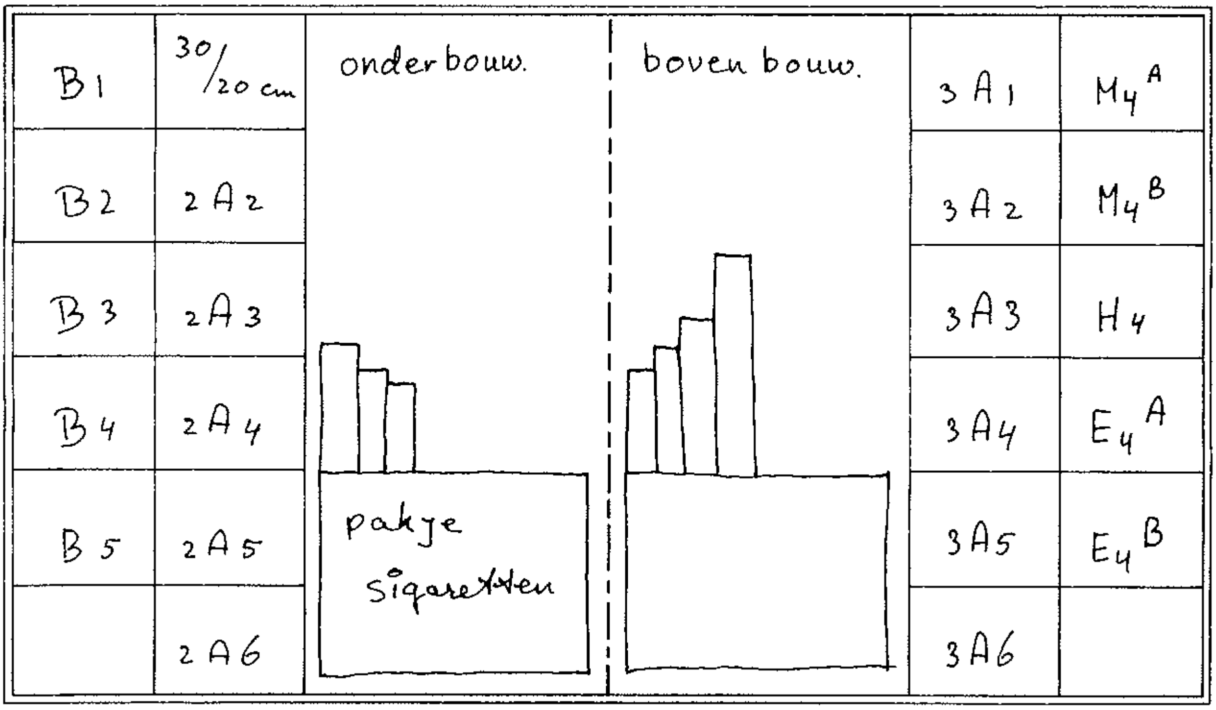
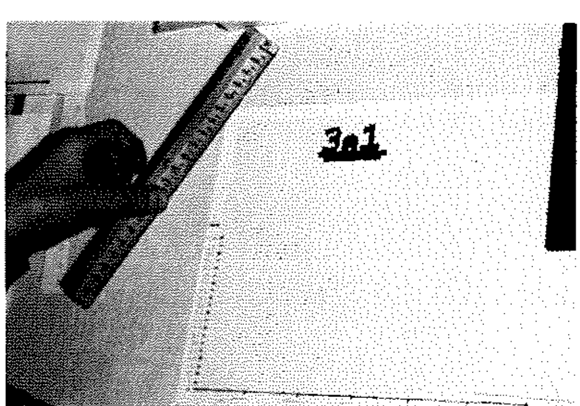


fig. 4

22 leerlingen maken vervolgens elk een grafiek waarin later de gegevens verwerkt kunnen worden. Twee groepen van drie leerlingen maken na onderling overleg hun pakje sigaretten, waarop later het percentage rokers gevisualiseerd zal worden.



de grafiek van klas $3A^1$ wordt gemaakt

overleg over de strategie van bordindeling

► **DE DERDE LES**

Deze les wordt hoofdzakelijk besteed aan het afmaken van de grafieken.

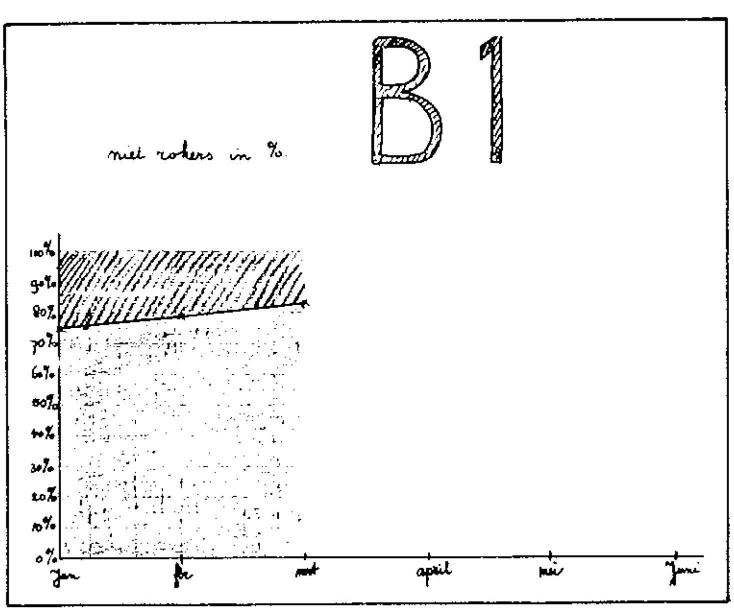


fig. 5

Het is opmerkelijk dat veel leerlingen zelf besluiten om hun grafiek opnieuw te maken, omdat die, naar door hun aangelegde maatstaven, niet voldoet. Door de gevolgde metodiek van reflektie in de klas, c.q. de groep, gaat de leerling zijn aanvankelijk gevonden oplossing vervolmaken. Hij ziet dit niet als een tekortkoming, als 'overmaken'.
Als leraar mag je er zeker van zijn dat de leerling begrepen heeft wat hij heeft gedaan, doordat hij in staat is geweest zijn oplossing te realiseren.

* * *

SLOTOPMERKING
Door de gevolgde strategie:
probleem ... subopdracht ... subopdracht ... subopdracht ... oplossing,
waar tussendoor reflekties van individueel gevonden oplossingen in de klas, sluit de leraar beter aan bij het nivo van de leerlingen, dan wanneer hij door eigen selektie de volgende strategie toepast:
subopdracht ... subopdracht ... subopdracht ... probleem ... oplossing.

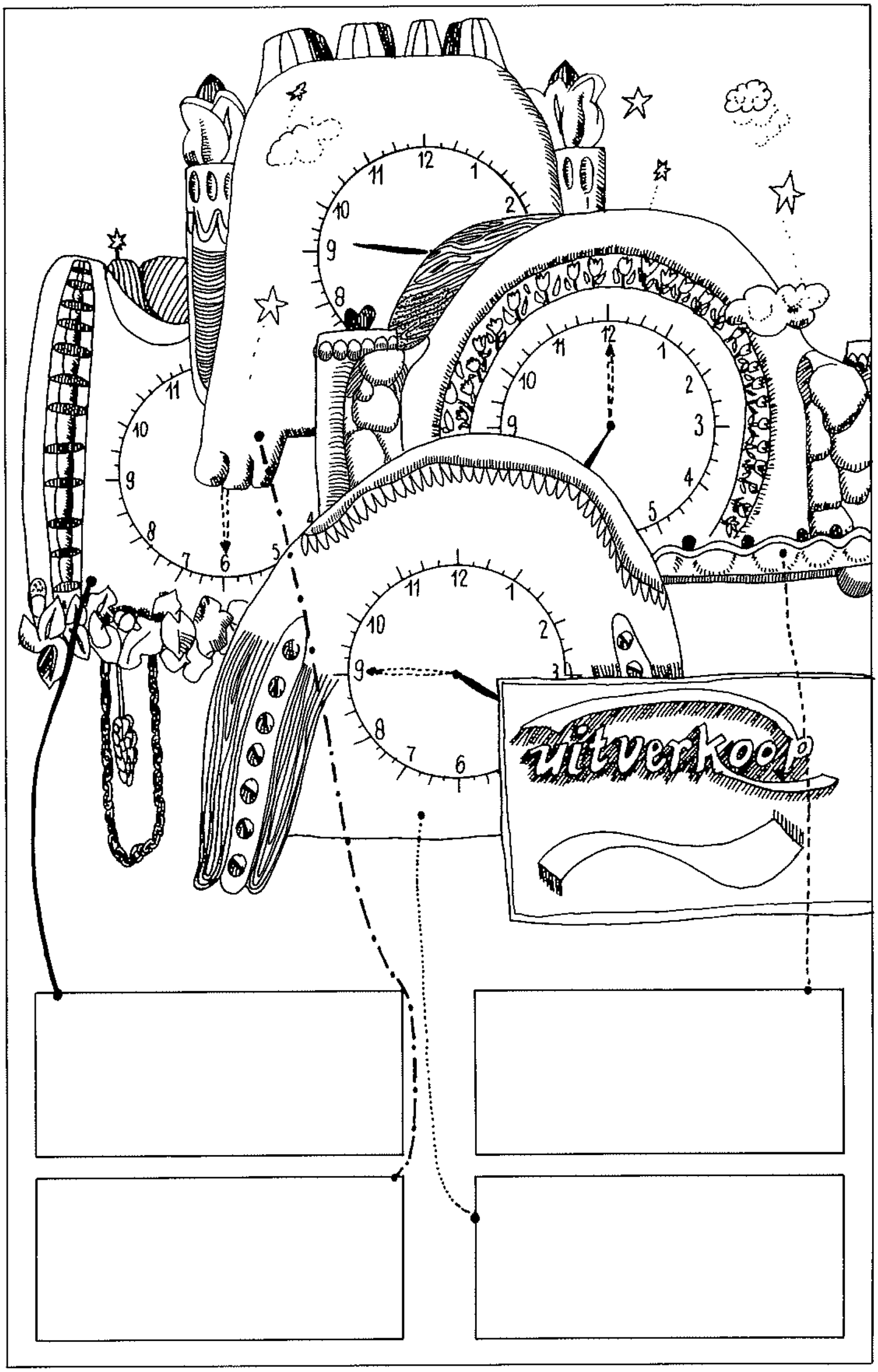
Wat moet bij de laatste strategie verwacht worden van de motivatie van de leerlingen, hun probleem-georiënteerd handelen, hun mogelijkheid tot kreatief denken, kreatief bezig zijn, als de leerlingen niet weten waarvóór ze bezig zijn?
Hoe vaak blijkt de leraar moeilijkheden te zien waar ze niet zijn, of andersom: stapt hij over moeilijkheden heen die de leerlingen meemaken bij het verwerken van de opdrachten.

Hopelijk maakt u uit dit verslag op en ziet u in de foto's en werkstukken van de leerlingen, dat de gevolgde strategie:
probleem ... subopdracht ... subopdracht ... subopdracht ... oplossing,
heeft geleid tot een goede oplossing van een toch wel moeilijk probleem voor deze leerlingen van klas B1 van de lts in nijverdal.

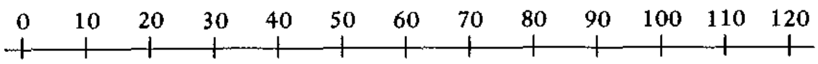
INHOUD

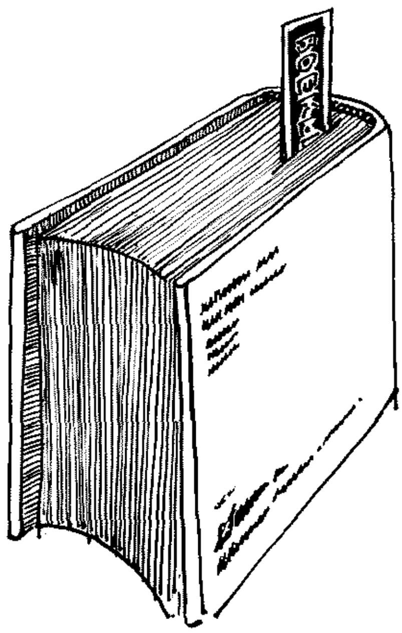
los blok

▶ *Hoe laat staat elke klok?*

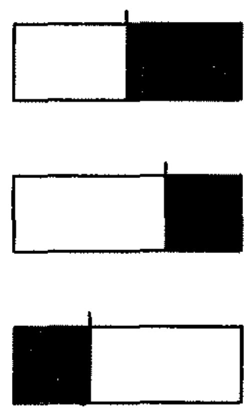


WERKBLAD 7





▶ *Welke verdeling is goed?*

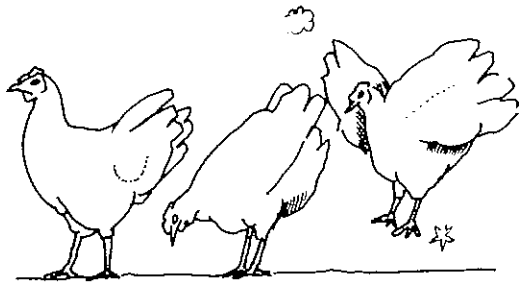


▶ *Op welke bladzijde is de juf?*

Er zijn 90 bladzijden in het boek.

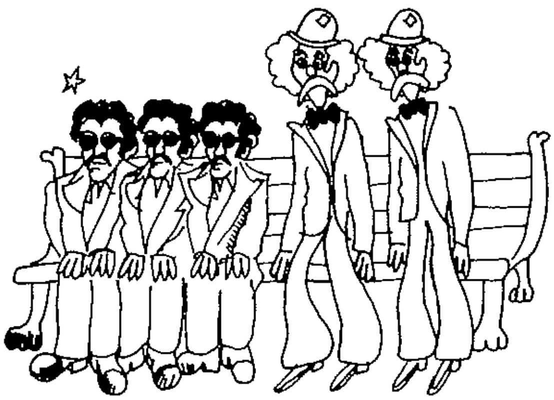
▶ *Op welke bladzijde is de juf ongeveer?*

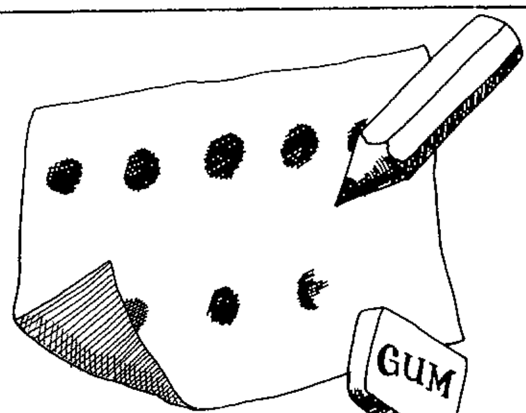
WERKBLAD 8

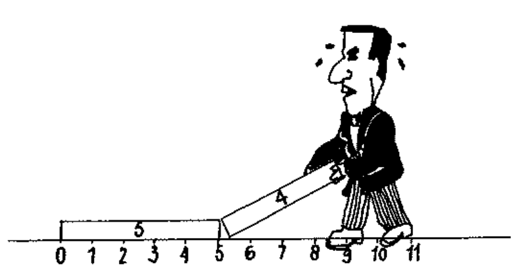


$2 + 1 = 3$

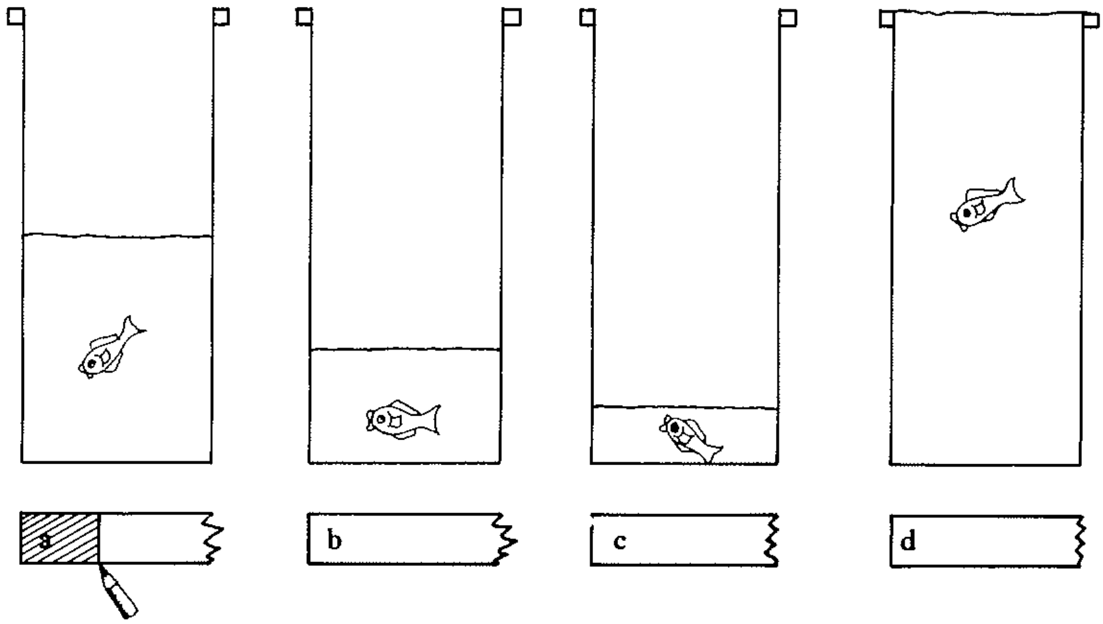
$3 - 1 = 2$







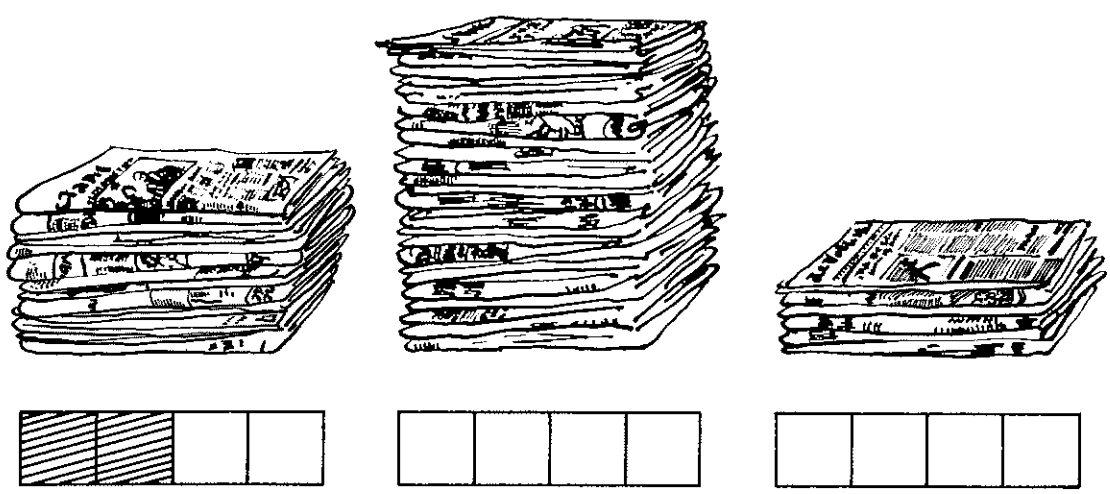
WERKBLAD 14



.... liter	.... liter	3. liter	.... liter
.... guldens	.... guldens	2. guldens	.... guldens
.... kilo	.... kilo	4. kilo	.... kilo

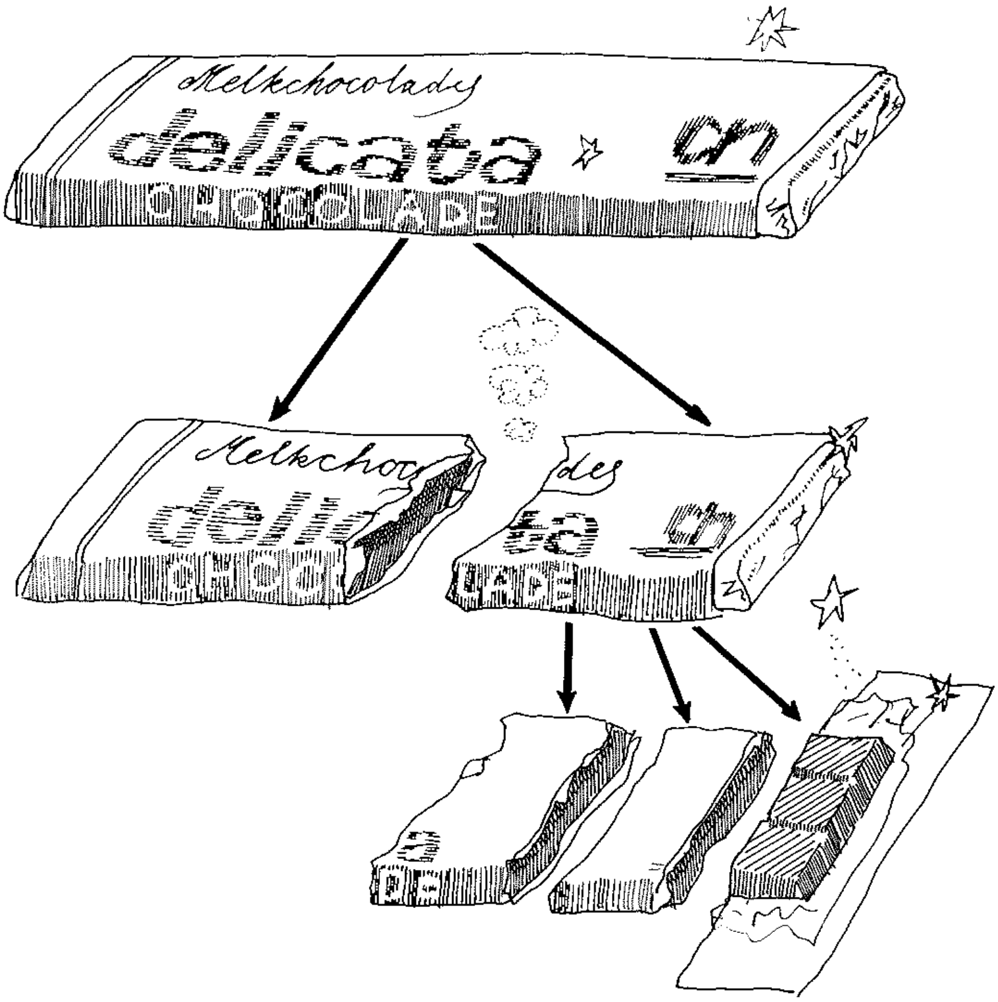
WERKBLAD 15

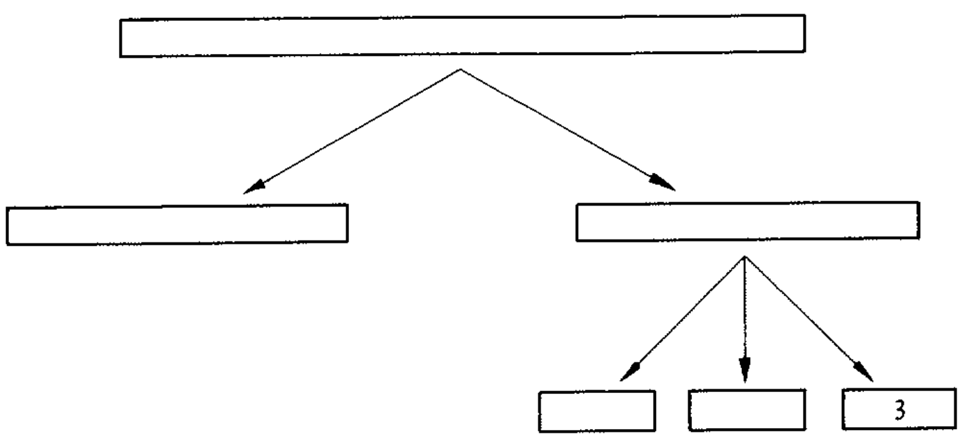
Oude kranten



40 kranten	.... kranten	.... kranten
4. kilo	.... kilo	.... kilo
20 cent	.... cent	.... cent

WERKBLAD 16

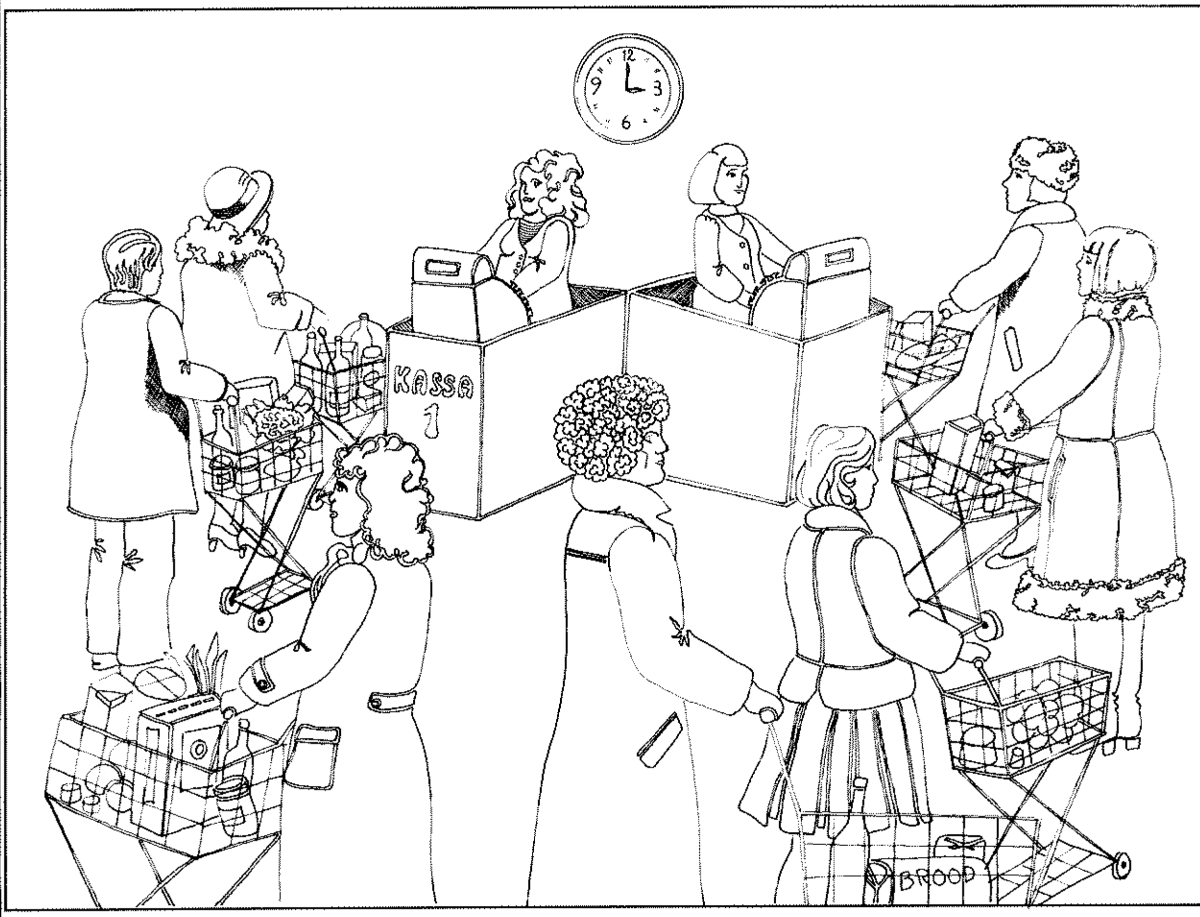


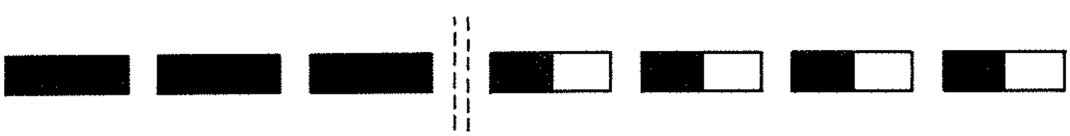


WERKBLAD 17

▶ *Achter welk rijtje ga jij staan?*

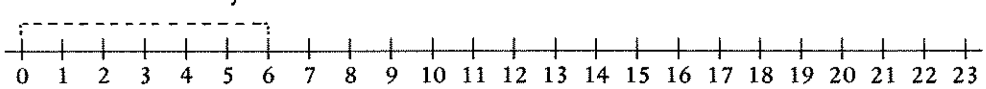
▶ *Waarom?*



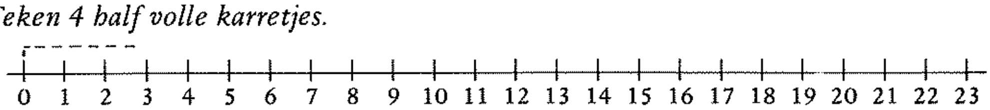


Een vol karretje is in ongeveer 6 minuten leeg.

▶ *Teken 3 volle karretjes.*



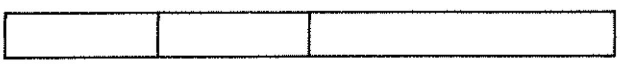
▶ *Teken 4 half volle karretjes.*



▶ *Kleur ⓡ rood.*

▶ *Welke kleur wordt getrokken?*

▶ *Kleur de strook: rood, zwart en wit.*



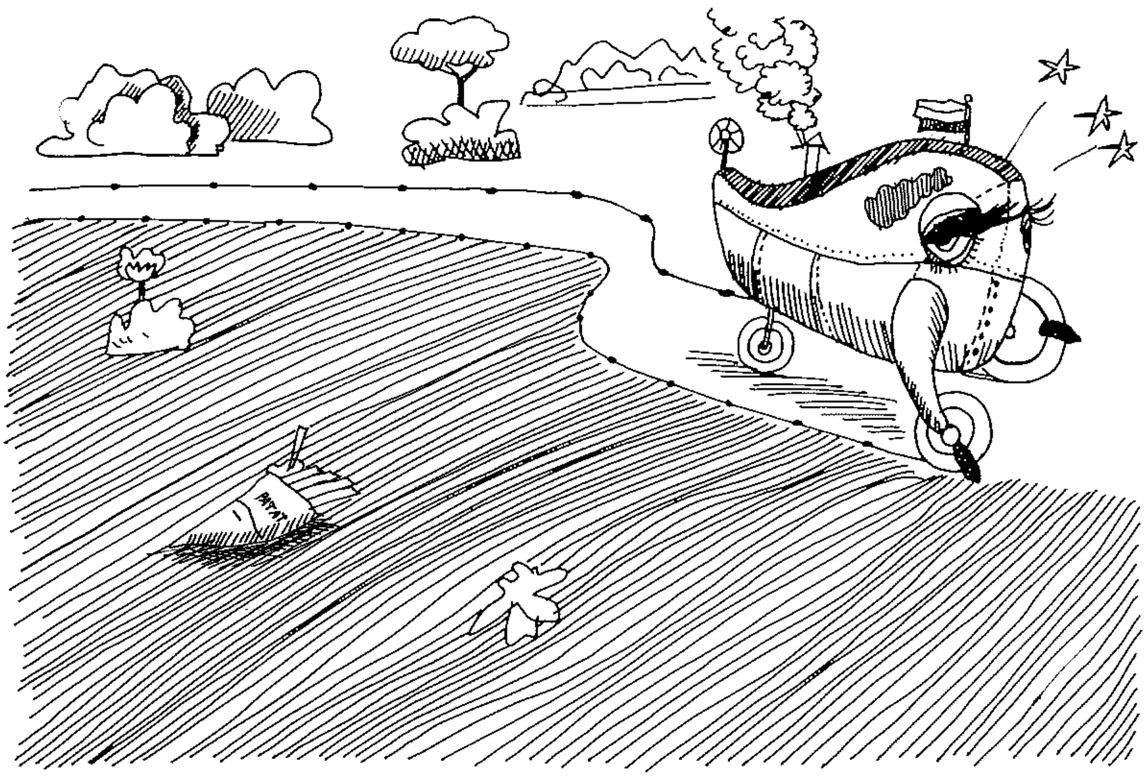
Er zijn 160 ballen in de kast.

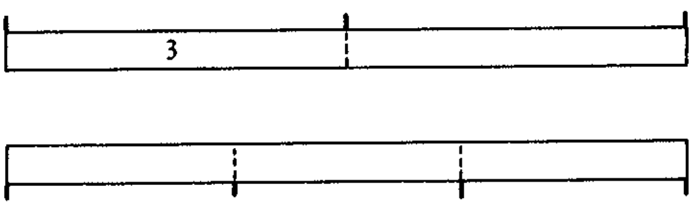
Hoeveel wit ....

zwart ....

rood ....

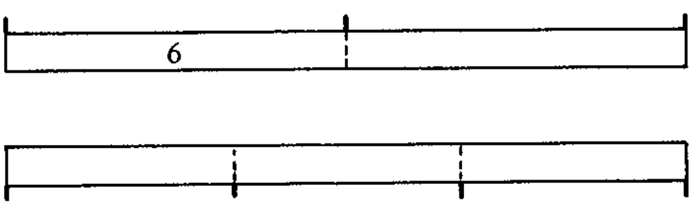
WERKBLAD 19





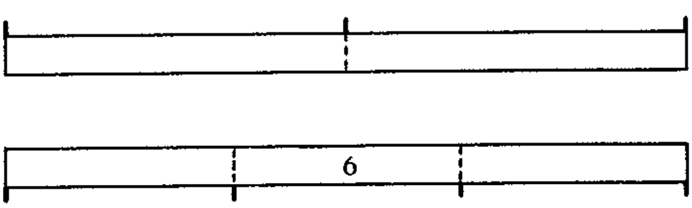
3 + ... = ...

.... + ... + ... = ...



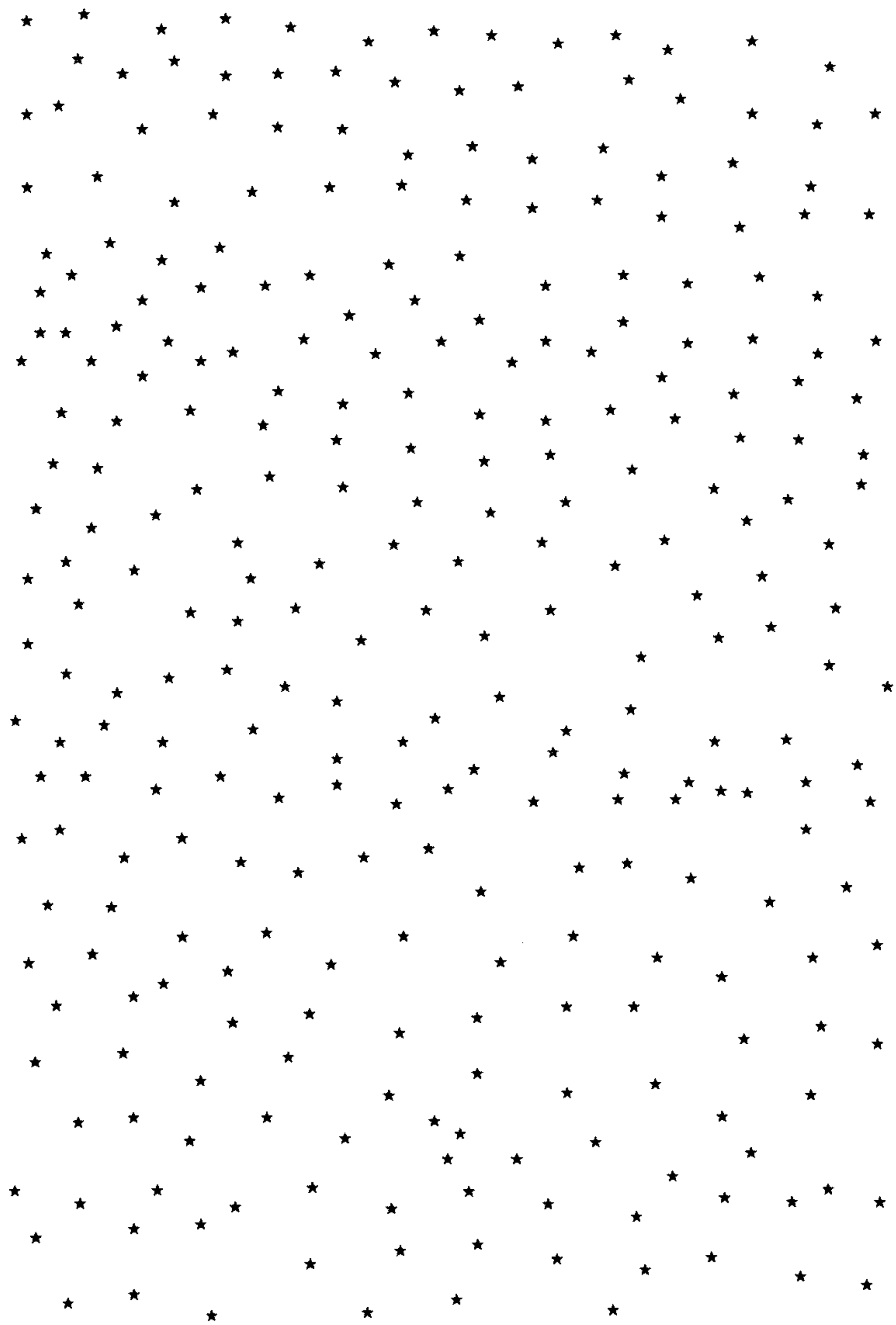
6 + ... = ...

.... + ... + ... = ...



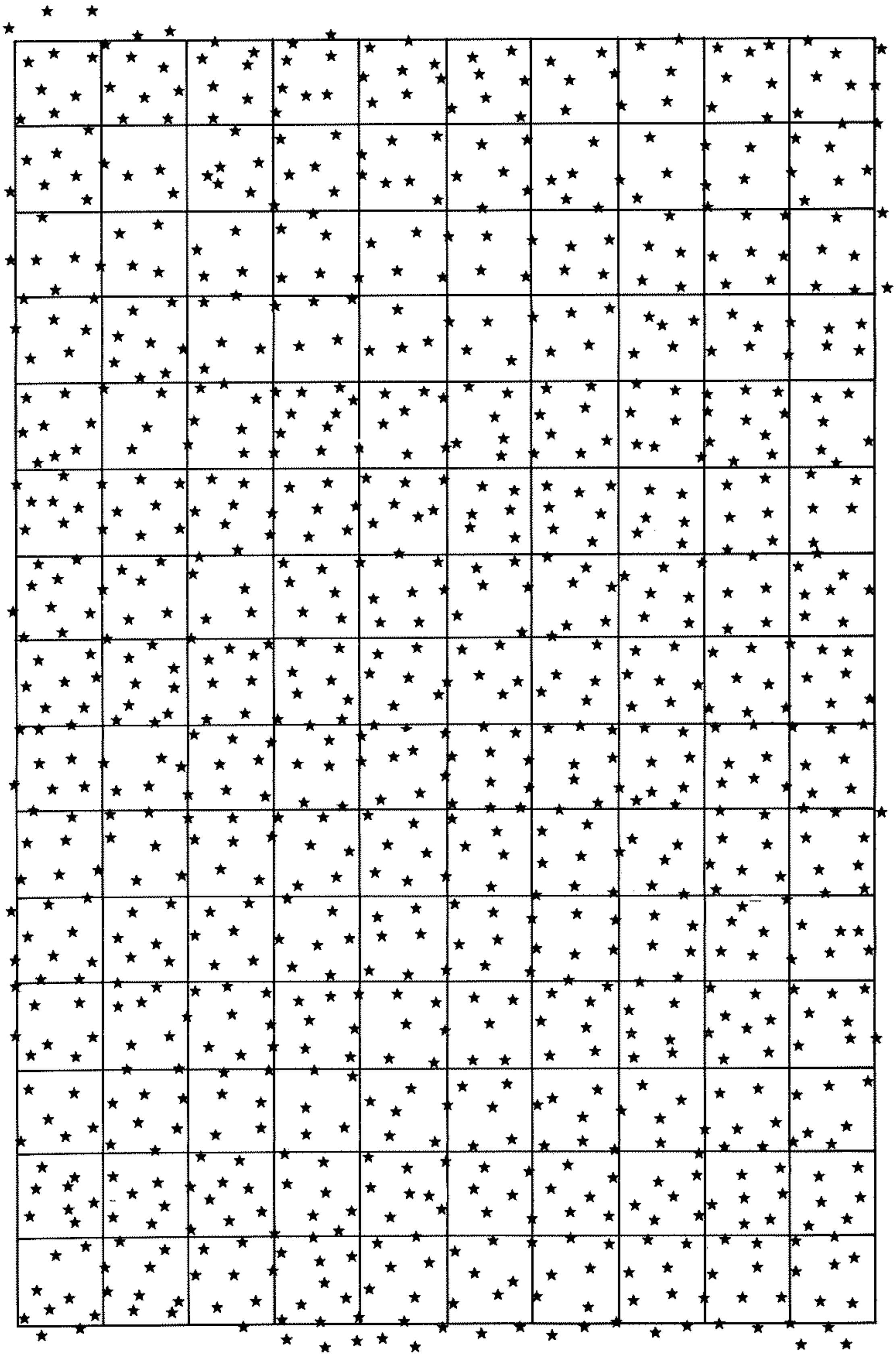
.... + ... = ...

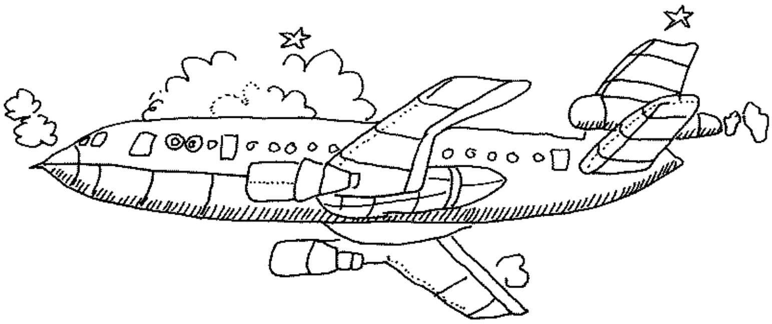
.... + .6. + ... = ...



▶ *Ik raad* ☐

▶ *Ik tel* ☐





De familie weltevree maakt een vliegreis naar new york. Els weltevree besluit van tevoren een vliegschemaatje te maken. Ze belt een reisburo en men noemt haar de volgende gegevens. Men zegt erbij dat alles in nederlandse tijd is vermeld.

amsterdam - new york

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	13.15 u	21.30 u

new york - amsterdam

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	01.10 u	08.10 u

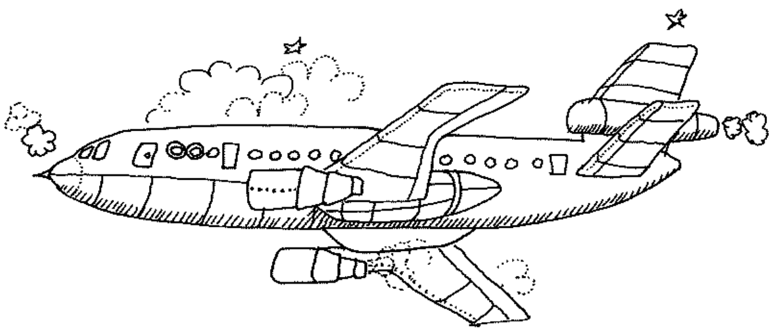
Als els haar werk nog eens overziet, valt haar misschien iets op. 'Hé, wat gek', zegt ze bij zichzelf, 'hoe kan dat nu?'

▶ *Wat vindt els zo gek?*
Kijk eens goed naar de tabellen.
Zie je 't ook? Schrijf maar op.

Els wil er meer van weten en besluit eens in de dienstregeling van de KLM te kijken.
Ze vindt daarin:

amsterdam - new york

dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	13.15 u	16.30 u



new york - amsterdam

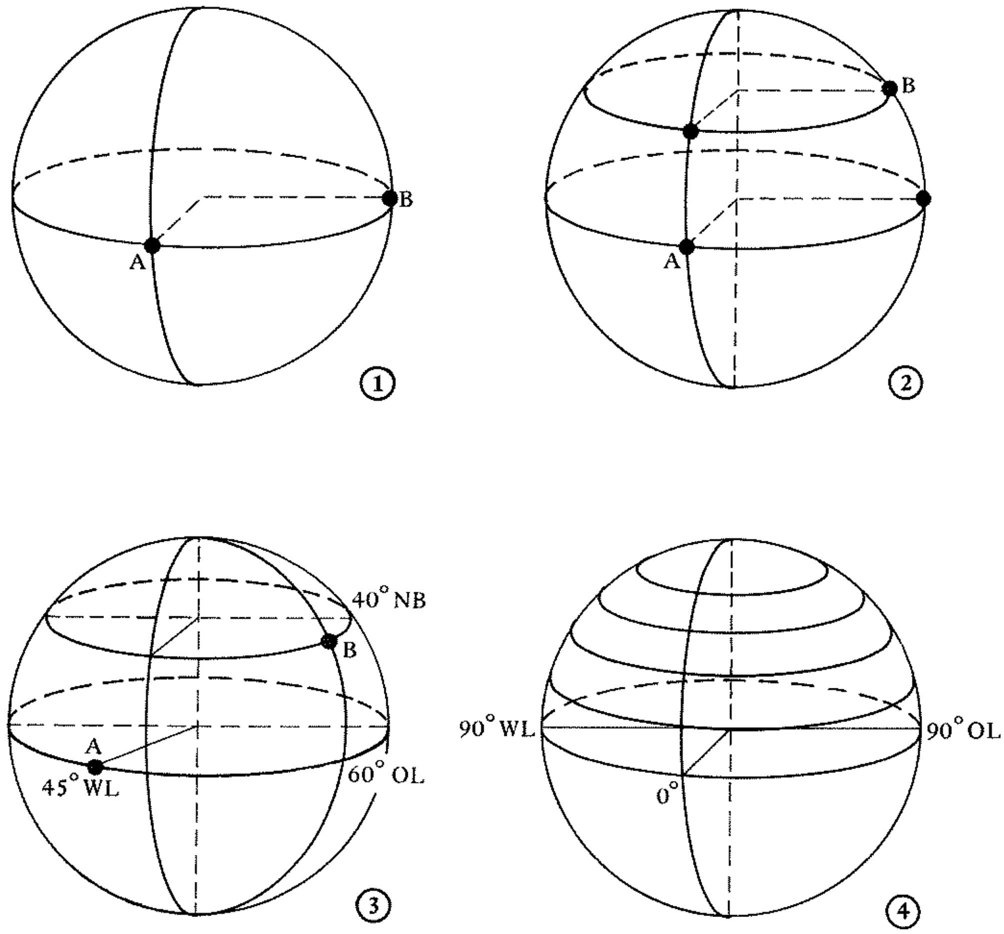
dagen van vertrek	vertrek-tijd	aankomst-tijd
ma t/m vr	20.10 u	08.10 u *

*) volgende dag

Bij het zien van deze dienstregeling wordt de verbazing van els nog groter.
Nu begrijpt ze er helemaal niets meer van.

▶ *Wat vindt els dan zo vreemd?*

▶ *Kun je er iets van zeggen?*



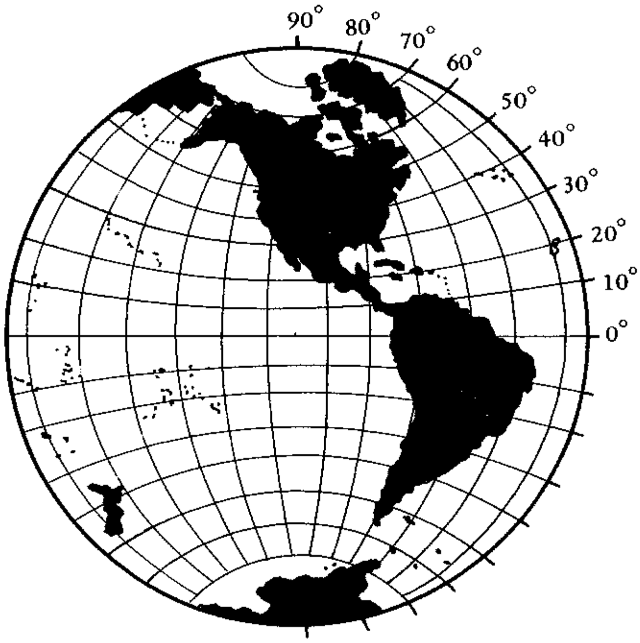
► *Tijdverschillen tussen A en B:*

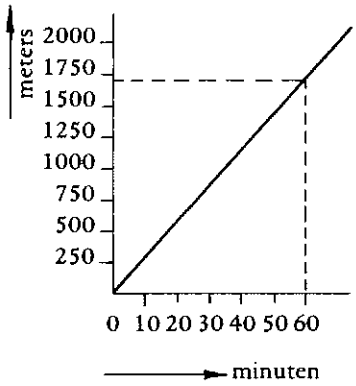
①:
②:
③:
④:

► *Hoe zit dat met londen en kaapstad?*

► *En met arnhem en moskou?*

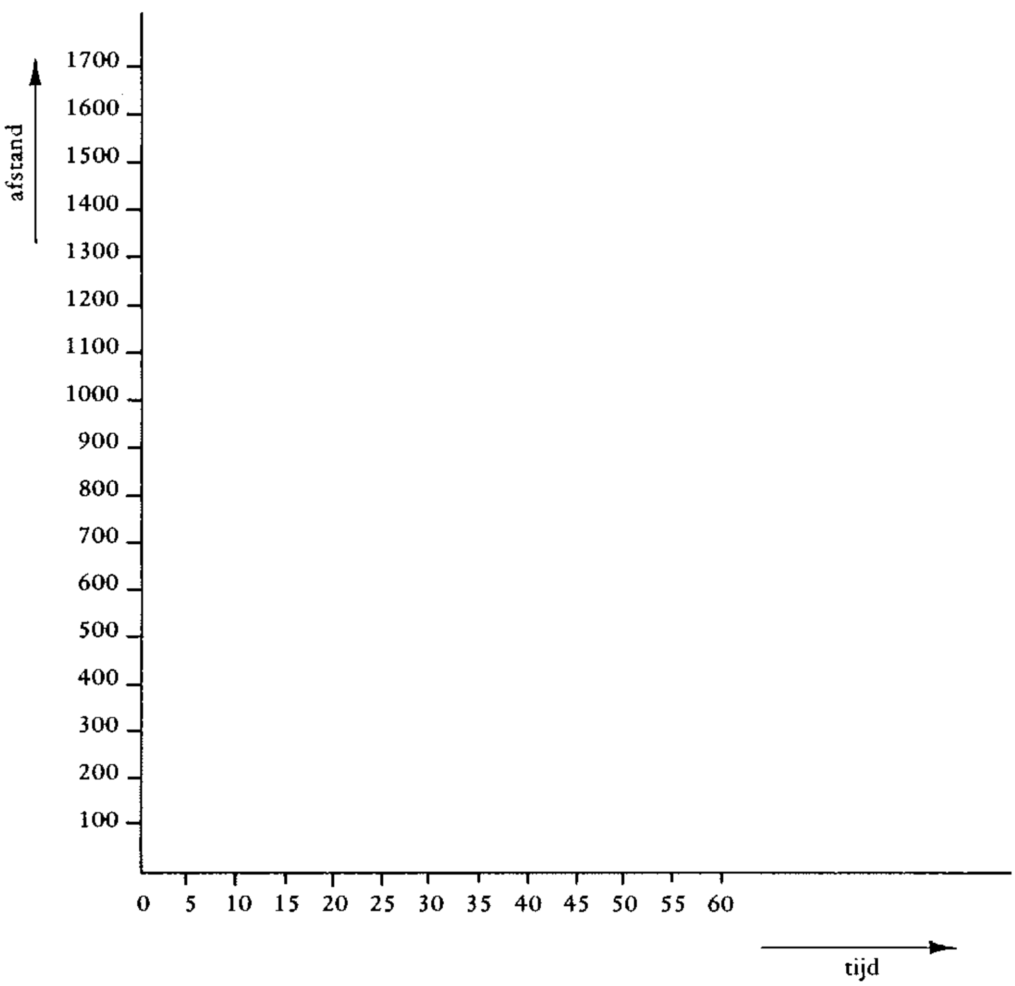
lengte van één graad op parallelcirkels								
noorder of zuider breedte	meters		noorder of zuider breedte	meters		noorder of zuider breedte	meters	
0 00	111 321		30 00	96 488		60 00	55 802	
1 00	111 304		31 00	95 506		61 00	54 110	
2 00	111 253		32 00	94 495		62 00	52 400	
3 00	111 169		33 00	93 455		63 00	50 675	
4 00	111 051		34 00	92 387		64 00	48 934	
5 00	110 900		35 00	91 290		65 00	47 177	
6 00	110 715		36 00	90 166		66 00	45 407	
7 00	110 497		37 00	89 014		67 00	43 622	
8 00	110 245		38 00	87 835		68 00	41 823	
9 00	109 959		39 00	86 629		69 00	40 012	
10 00	109 641		40 00	85 396		70 00	38 188	
11 00	109 289		41 00	84 137		71 00	36 353	
12 00	108 904		42 00	82 853		72 00	34 506	
13 00	108 486		43 00	81 543		73 00	32 648	
14 00	108 036		44 00	80 208		74 00	30 781	
15 00	107 553		45 00	78 849		75 00	28 903	
16 00	107 036		46 00	77 466		76 00	27 017	
17 00	106 487		47 00	76 058		77 00	25 123	
18 00	105 906		48 00	74 628		78 00	23 220	
19 00	105 294		49 00	73 174		79 00	21 311	
20 00	104 649		50 00	71 698		80 00	19 394	
21 00	103 972		51 00	70 200		81 00	17 472	
22 00	103 264		52 00	68 680		82 00	15 545	
23 00	102 524		53 00	67 140		83 00	13 612	
24 00	101 754		54 00	65 578		84 00	11 675	
25 00	100 952		55 00	63 996		85 00	9 735	
26 00	100 119		56 00	62 395		86 00	7 792	
27 00	99 257		57 00	60 774		87 00	5 846	
28 00	98 364		58 00	59 135		88 00	3 898	
29 00	97 441		59 00	57 478		89 00	1 949	
						90 00	0	

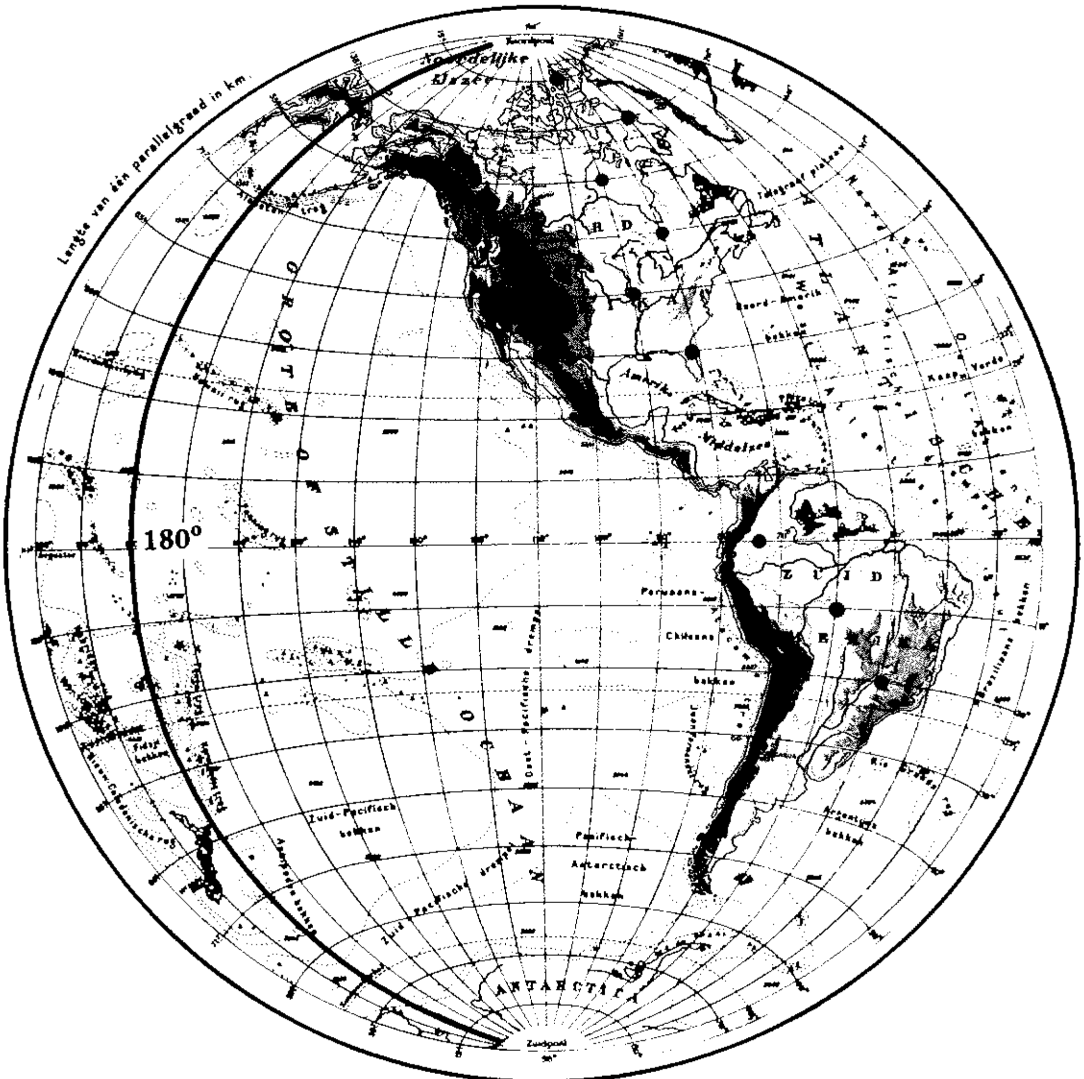




op de evenaar

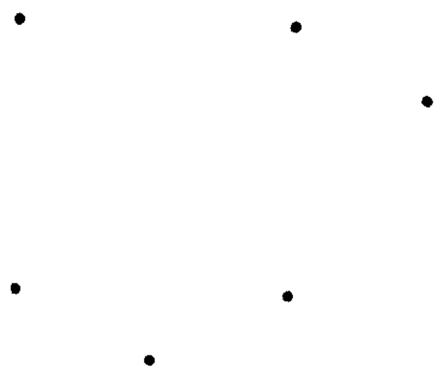
▶ *Zet in één figuur het verband tussen afstand en tijd op 9 verschillende parallelcirkels.*



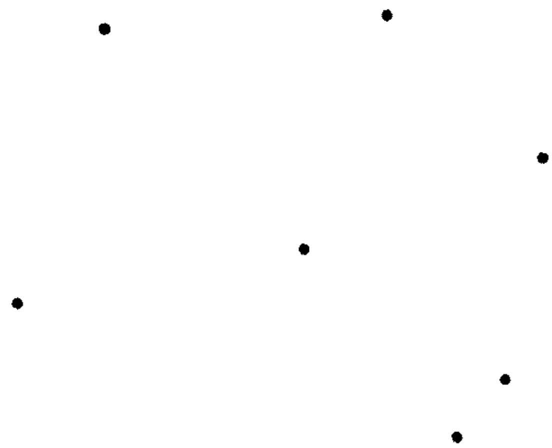


westelijk halfrond

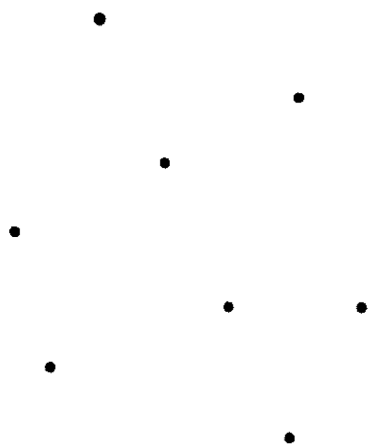
▶ *Verbind de punten en maak:*



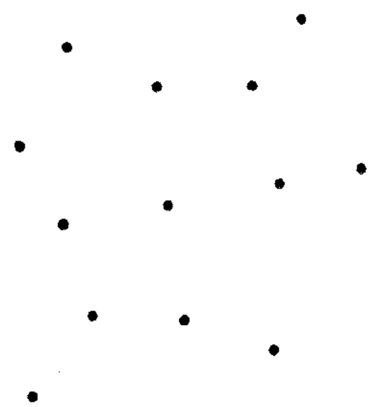
een vierkant



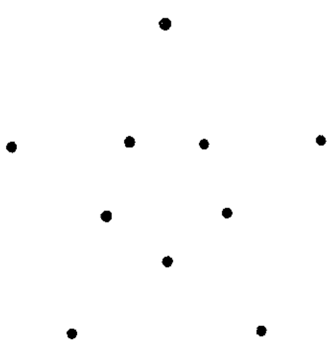
een rechthoek



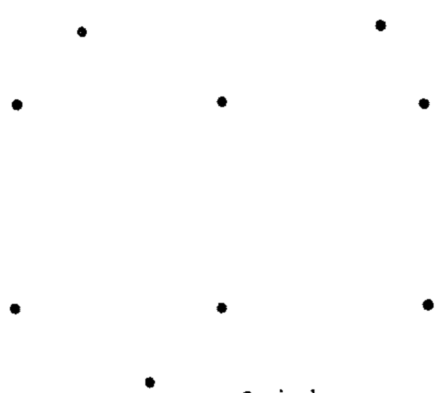
een kruis
(6 punten)



5 punten op een
rechte lijn



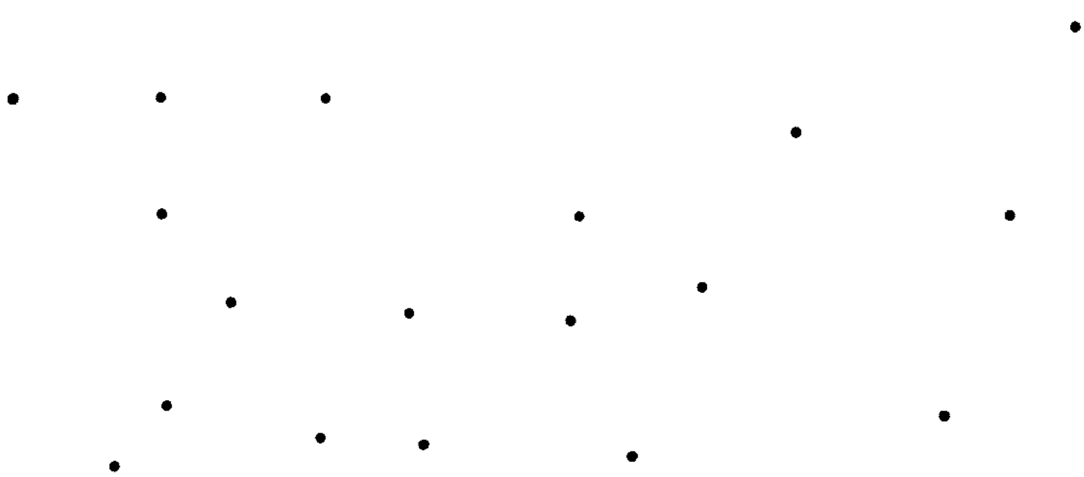
een '5 punts' ster



2 vierkanten

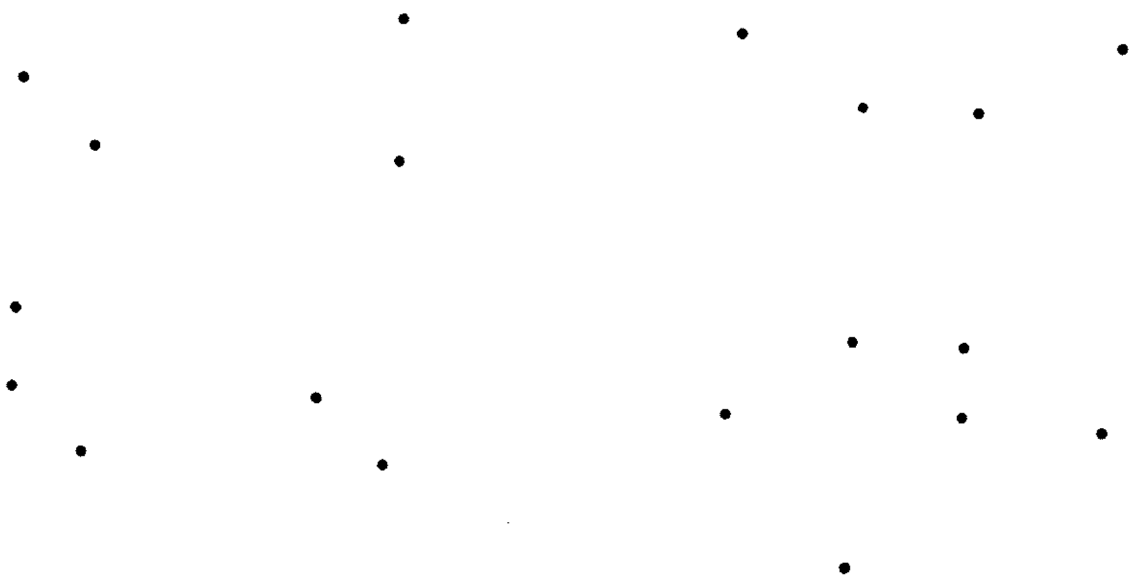
▶ *Gebruik de punten als hoekpunten:*
– teken een vierkant
– teken een rechthoek
– teken een driehoek met gelijke zijden.

▶ *Teken '3-punts' lijnstukken:*
– die evenwijdig zijn
– die een 'T' vormen
– die een driehoek vormen.



DOE-IDEE M9

▶ *Gebruik* alleen *de punten hieronder als hoekpunten:*
- teken een vierhoek waarvan de oppervlakte 16 cm^2 is
- teken een rechthoek waarvan de oppervlakte 33 cm^2 is
- teken het grootst mogelijke vierkant; wat is de oppervlakte?



▶ *Gebruik* alleen de punten *hieronder om 3 vierkanten te tekenen.*

Geef ze een naam: